

ENTWICKLUNG EINES SIMULATIONSMODELLS FÜR DEN EINSATZ IM MOTORSPORT

FACHGEBIET IT IN PRODUKTION UND LOGISTIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

BACHELORARBEIT

VORGELEGT VON

MICHAEL RÖSNER

GEBOREN AM 21.08.1992 IN MÜNSTER

MATRIKELNUMMER: 157839

STUDIENGANG: MASCHINENBAU B.Sc.

AUSGEGEBEN AM:

3. JANUAR 2017

EINGEREICHT AM:

4. APRIL 2017

ERSTPRÜFER:

UNIV.-PROF. DR.-ING. MARKUS RABE

ZWEITPRÜFER:

DIPL.-ING. (FH) THORSTEN BLUM

Eidesstattliche Versicherung

Rösner, Michael

Name, Vorname

157839

Matr.-Nr.

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit/~~Masterarbeit~~* mit dem Titel

Entwicklung eines Simulationsmodells für den Einsatz im Motorsport

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Dortmund, 04.04.2017

Ort, Datum

Unterschrift

*Nichtzutreffendes bitte streichen

Belehrung:

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden. (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG -)

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird gfls. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

Dortmund, 04.04.2017

Ort, Datum

Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
0 Einleitung	1
1 Anwendung von Simulation im Motorsport	3
1.1 G-G-V Diagramm	3
1.2 Abschätzung auftretender Kräfte	7
2 Bestehende Softwarelösungen für die Fahrzeugsimulation	8
3 Mehrkörpersimulation mit Matlab und Simulink	13
4 Grundlagen der Fahrzeugdynamik	22
4.1 Reifen	22
4.1.1 Grundlagen der Reifenberechnung	22
4.1.2 Das Reifenmodell TMEasy	29
4.2 Querdynamik	34
5 Anforderungsanalyse	39
5.1 Berechnung	39
5.2 Struktur	40
5.3 Datenaustausch	40
5.4 Anforderungsliste	41
6 Umsetzung des Simulationsmodells	42
6.1 Zweispurmodul	44
6.2 Steuerungsmodul	49
6.3 Reifenmodul	55
7 Simulationsergebnisse und Bewertung	62
8 Zusammenfassung	69
9 Ausblick	71
Literatur	73

Abbildungsverzeichnis	77
Tabellenverzeichnis	79
Glossar	81
Anhang	85
A - Matlab-Skript zur Auswertung der Simulationsdaten	87
B - Datenblätter des Formula Student Rennwagen der TU Dortmund aus dem Jahr 2016	91
C - Simulink Modell: Gesamtmodell	95
D - Simulink Modell: Steuerungsmodul	99
E - Simulink Modell: Zweispurmodul	105
F - Simulink Modell: Reifenmodul	117

0 Einleitung

Bei der Simulation handelt es sich um die Nachbildung eines Systems mit dynamischen Prozessen, um Erkenntnisse zu erlangen, die in die Realität übertragbar sind [28]. Simulation nimmt im Bereich der ingenieurstechnischen Tätigkeiten eine entscheidende Rolle ein und wird nach Rabe et al. [20, S. 1] häufig eingesetzt, wenn die Konsequenzen einer Entscheidung nicht direkt abgeschätzt, oder mit analytischen Mitteln bestimmt werden können. Die Möglichkeiten des Einsatzes haben in den letzten Jahren mit zusätzlicher Rechenleistung moderner Hardware stark zugenommen. Hierdurch ist es möglich, komplexere Simulationsmodelle für Voraussagen über das Verhalten neuer Produkte bereits zu einem frühen Entwicklungszeitpunkt zu verwenden. Speziell im Motorsport, bei dem Fahrzeuge an ihren physikalischen Grenzen bewegt werden, ist dies unverzichtbar für Designentscheidungen und die Auswahl von Konzepten.

Im Zuge der vorliegenden Arbeit werden in diesem Zusammenhang die Möglichkeiten von Simulationsmodellen im Motorsport anhand der Ansprüche des Formula Student Teams der Technischen Universität Dortmund dargestellt. Mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse wird ein mögliches Modell entwickelt, sowie die erzielten Ergebnisse erläutert und bewertet.

Als internationaler Designwettbewerb für Studenten bietet die Formula Student die Möglichkeit, einen Rennwagen selbst zu konzipieren, designen und zu fertigen. Sie können somit ihr im Studium erlangtes Wissen in die Praxis umsetzen und dieses erweitern. Neben den durch die Vorlesungen vermittelten Inhalten müssen hierbei viele Sachverhalte eigenständig erarbeitet oder durch andere Mitglieder eines solchen Teams vermittelt werden. Bei der Anwendung von Simulationsprogrammen ist es daher wichtig, nicht ausschließlich bestehende Softwarepakete zu verwenden, sondern durch die Entwicklung eigener, nachvollziehbarer Simulationsmodelle ein Verständnis für die ingenieurtechnischen und physikalischen Grundlagen solcher Modelle zu erhalten.

Ziel dieser Arbeit war es daher, ein Fahrzeugmodell zu erstellen, welches zur Unterstützung bei Entscheidungsprozessen in der Formula Student verwendet werden kann. Des Weiteren soll Studenten durch das entwickelte Simulationsmodell ein einfacher, nachvollziehbarer und praktischer Zugang zu den Grundlagen der Fahrzeugdynamik gewährt werden.

Methodisch werden hierzu zunächst die Einsatzmöglichkeiten der Simulation im Motorsport erläutert und verschiedene Ansätze erklärt. Es werden bestehende Softwarelö-

sungen vorgestellt und bewertet. Die benötigten physikalischen Grundlagen der Fahrzeugdynamik werden dargestellt und aus den Forderungen an die Funktionalität der Simulation eine Anforderungsliste erstellt, mittels derer das Modell entwickelt wurde. Anschließend wird der Aufbau und Funktionsweise des Simulationsmodell anhand seiner einzelnen Module charakterisiert. Es werden die Ergebnisse der Simulation präsentiert und erläutert, sowie abschließend bewertet.

1 Anwendung von Simulation im Motorsport

1.1 G-G-V Diagramm

Das wesentliche Ziel beim Einsatz von Simulationssoftware im Motorsport ist die Untersuchung der Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs. Durch Parametervariation ist es dann somit möglich, Konzeptentscheidungen miteinander zu vergleichen und zu bewerten.

Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit kann auf verschiedene Arten geschehen. Im folgenden wird die Rundenzeitsimulation und die Bewertung mittels so genannter *Leistungs-Karten* vorgestellt.

Bei der Rundenzeitsimulation wird das Verhalten des Fahrzeugs auf einem Rundkurs berechnet und durch Vergleich der erzielten virtuellen Rundenzeiten lassen sich Rückschlüsse auf die Leistungsfähigkeit des Fahrzeugs ziehen. Es ist Rennteams somit möglich, verschiedene Konzepte in kurzer Zeit miteinander zu vergleichen und Auswirkungen eventueller Veränderungen zu untersuchen. Rundenzeitsimulation kann daher als wichtiges Element der Entscheidungsfindung verwendet werden und sowohl in der Anfangsphase eines Projekts, als auch in der Ausarbeitungsphase, wenn grundlegende Designentscheidungen bereits getroffen wurden, zum Einsatz kommen. Durch einen hohen Detaillierungsgrad des verwendeten Modells können sich signifikante Vorteile gegenüber Wettbewerbern ergeben, die entscheidend für den Erfolg im umkämpften Motorsport sind [26, S. 1-2].

Siegler et al. unterscheiden in [27] drei verschiedene Strategien zur Berechnung von Rundenzeiten:

- Statische Berechnungsmethode
- Quasi-Statische Berechnungsmethode
- Transiente Berechnungsmethode

Bei der statischen Berechnungsmethode werden Zustände von auftretender Längs- und Querbeschleunigung separat betrachtet. Dies bedeutet, dass ein Fahrzeug sich bei dieser Modellbildung entweder auf einer geraden Strecke (reine Längsbeschleunigung) oder in einer Kurve mit konstanten Radius befindet (reine Querbeschleunigung, siehe Abbildung

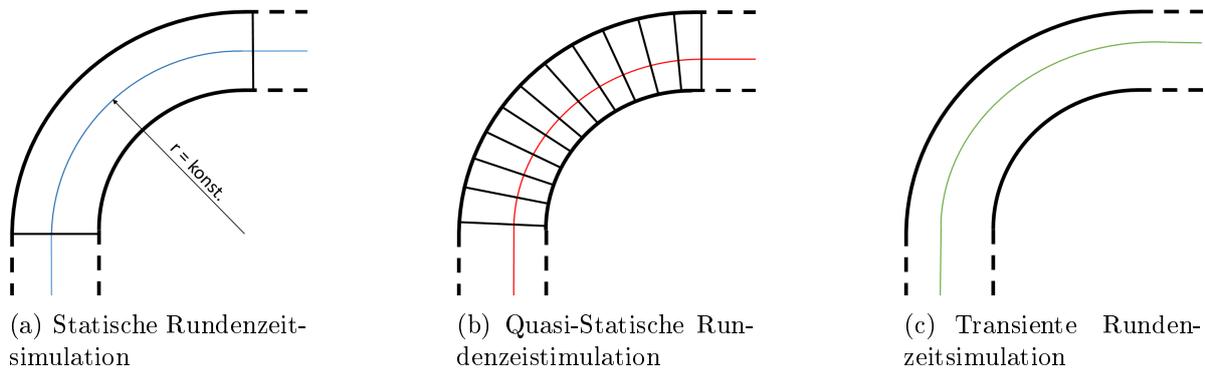


Abbildung 1: Berechnungsmethoden für die Rundenzeitsimulation

1a). Letzteres wird in der Fahrzeugdynamik als stationäre Kreisfahrt bezeichnet. Hierbei gelten die Einschränkungen, dass die Geschwindigkeit, der Schwimmwinkel und die Giergeschwindigkeit während der Fahrt konstant bleiben (siehe Kapitel 4.2) [31, S. 153-154]. Die getrennte Betrachtung hat eine Aufteilung der zu simulierenden Rennstrecke in entsprechenden Abschnitte zur Folge. Kurven mit veränderlichen Kurvenradien werden durch den kleinsten vorkommenden Wert charakterisiert, um sie als konstant annehmen zu können.

Das quasi-statische Verfahren basiert auf der oben beschriebenen statische Berechnungsmethode. Diese wird jedoch so erweitert, dass Kurven nun in verschiedene Segmente mit konstanten Radien unterteilt werden und jedes Segment einzeln berechnet wird (siehe Abbildung 1b). Im Vergleich zur statischen Methode werden nun auch Zustände kombinierter Längs- und Querbeschleunigungen, wie sie bei realen Kurvenfahrten vorkommen, betrachtet. Hierbei wird die zur Einhaltung des Kurses benötigte Querkraft berechnet und davon ausgegangen, dass die übrige, theoretisch vom Reifen übertragbare Kraft zur Beschleunigung des Fahrzeugs verwendet werden kann. Die Reifenkräfte werden durch ein entsprechendes Reifenmodell (siehe Kapitel 4.1) berechnet.

Siegler verweist in [26, S. 7] darauf, dass die meisten kommerziellen Programme, die zur Rundenzeitsimulation verwendet werden mit dem quasi-statischen Verfahren arbeiten. Im Vergleich zur statischen und quasi-statischen Berechnungsmethode wird bei der transienten Berechnungsmethode nicht mehr nur ausschließlich mit sogenannten stabilen Fahrzuständen gerechnet, welche sich einstellen, wenn das Fahrzeug sich im Gleichgewicht befindet. Bei realen Kurvenfahrten befindet sich nach Siegler et al. [27] ein

Fahrzeug zu keinem Zeitpunkt in einem Gleichgewichtszustand, da es ständig durch Beschleunigungen entlang verschiedener Achsen dynamisch sein Verhalten ändert. Beim transienten Modell werden komplexe Wechselwirkungen des Fahrverhaltens, wie beispielsweise die durch Wanken und Nicken hervorgerufenen Gewichtsverlagerungen während einer Kurvenfahrt, betrachtet und das reale Fahrverhalten so abgebildet. Eine Unterteilung der Strecke in einzelne Abschnitte wird nicht vorgenommen, stattdessen wird eine vordefinierte Trajektorie verwendet, auf dessen Bahn sich das Fahrzeug bewegt (siehe Abbildung 1c) [4, S. 726].

Zur Bestimmung der statischen und quasi-statischen Berechnungsmethode benötigt man die Gleichgewichtszustände eines Fahrzeugs. Hierzu verweisen verschiedene Quellen auf separat berechnete Leistungs-Karten [26, S. 21, 4, S. 727-729], welche ebenfalls zur Bewertung der Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs herangezogen werden können [14, S. 8-11]. Brayshaw erstellt in [4] für seine Rundenzeitsimulation das von Milliken und Milliken [14, S. 345-354] eingeführte, so genannte G-G bzw. G-G-V Diagramm (siehe Abbildung 2) als Leistungs-Karte. Es findet ebenso bei Goy et al. in [9] Verwendung. Das

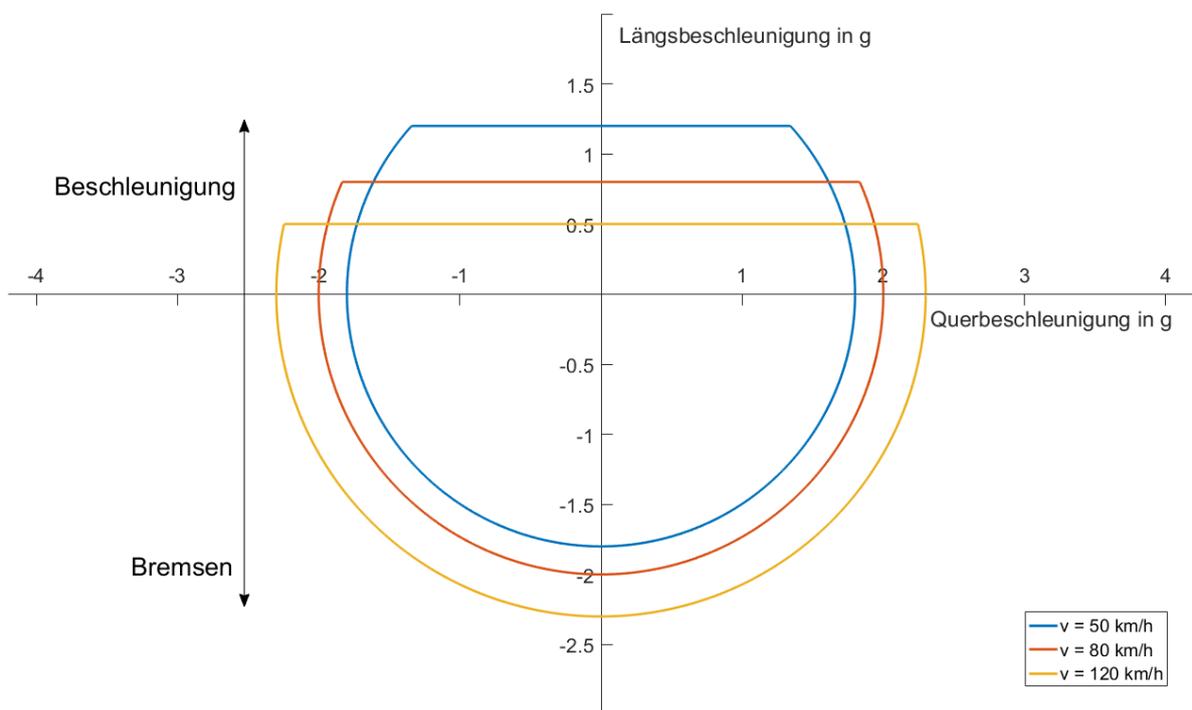


Abbildung 2: Schematisches GGV-Diagramm nach Milliken und Milliken [14]

Diagramm stellt die maximal mögliche Quer- und Längsbeschleunigung eines Fahrzeugs bei einer bestimmten Geschwindigkeit (G-G Diagramm) bzw. mehreren Geschwindigkeiten (G-G-V Diagramm) dar. Die Namensgebung hat ihre Ursache in der für die Quer- (X-Achse) und Längsbeschleunigung (Y-Achse) verwendete Maßeinheiten G, die ein vielfaches der Erdbeschleunigung darstellt. Aufgrund von Aerodynamikeinflüssen sind die im G-G Diagramm dargestellten physikalischen Grenzen des Fahrzeugs geschwindigkeitsabhängig [14, S. 350]. Milliken und Milliken schlagen daher die Erweiterung des G-G Diagramms um eine dritte Dimension vor, welche die Geschwindigkeit (V) repräsentiert. In Abbildung 2 ist dieser Zusammenhang schematisch durch verschiedenfarbige Linien unterschiedlicher Geschwindigkeit dargestellt. Die konstanten Fahrgrenzen in positiver Längsrichtung (Beschleunigung) entstehen durch die begrenzte Leistungsfähigkeit des Antriebs eines Fahrzeugs [14, S. 350-354]. Ohne diese Einschränkung wäre die maximale Beschleunigung ebenso wie die maximale Verzögerung (Bremsverhalten) nur von den physikalischen Grenzen der Reifen abhängig (siehe Kapitel 4.1) und die einzelnen Kurven des G-G-V Diagramms würden entsprechend einen Kreis ausbilden.

Das G-G-V Diagramm ist eine mögliche Darstellung der maximalen Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs bei kombiniert auftretenden Längs- und Querschleunigungen für verschiedene Geschwindigkeiten. Es ergibt sich aus der Berechnung verschiedener momentaner Gleichgewichtszustände (siehe Kapitel 4.2) bei der jeweils betrachteten Geschwindigkeit [14, S. 350-354].

Es kann als Grundlage für die Berechnung von Rundenzeiten nach den beschriebenen Quasi-Statistischen und Statistischen Berechnungsverfahren verwendet werden. Jedoch ergibt sich auch ohne die Verwendung der Rundenzeitsimulation eine Aussagemöglichkeit über das betrachtete Fahrzeug.

Ziel bei der Auslegung eines Rennwagens ist es, ein mögliches *breites* G-G-V Diagramm zu erhalten [14, S. 8-11], sodass größere Beschleunigungswerte möglich sind. Somit können grundlegende Konzeptentscheidungen bewertet und miteinander, auf Grundlage der Daten eines solchen Diagramms, verglichen werden. Im Vergleich zu einer Rundenzeitsimulation können mit Hilfe des Diagramms Aussagen über das Fahrzeug getätigt werden, die unabhängig von der betrachteten Rennstrecke sind, da Fahrzeuge unterschiedlich auf verschiedenen Streckenführungen reagieren. Ein reiner Vergleich von Rundenzeiten würde daher keine Aussage über die allgemeine Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs zulassen. Das G-G-V Diagramm bietet somit im Vergleich eine rein objektive Bewertungsmög-

lichkeit der Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs.

Ziel dieser Arbeit ist es daher ein Simulationsmodell zu erarbeiten, mit dessen Hilfe die Zustände des G-G-V Diagramms berechnet, und dieses anschließend aus den Simulationsergebnissen erstellt werden kann.

1.2 Abschätzung auftretender Kräfte

Für die Auslegung von Bauteilen hinsichtlich der auftretenden Kräfte müssen diese realistisch abgeschätzt werden. Vor allem im Motorsport bedeutet jedes Gramm Gewicht weniger einen entscheidenden Vorteil gegenüber der Konkurrenz. Speziell in der Formula Student Serie gelten keinerlei Richtlinien für das Mindestgewicht eines Fahrzeugs [vgl. 8], sodass die Bauteile stets am Limit der Haltbarkeitsgrenzen konstruiert werden, um so viel Gewicht wie möglich einzusparen.

Hierfür ist es notwendig die während der Fahrt maximal auftretenden Kräfte abschätzen zu können. In der Fahrzeugdynamik stehen besonders das Verhalten der Reifen und die Aufbaubewegungen eines Fahrzeugs im Vordergrund [1, S. 100-105]. Die Wechselwirkungen der einzelnen Komponenten führen zu den insgesamt auf die Bauteile wirkenden Kräften, was eine Abschätzung erschwert. Zwar können Verformungen und Belastungen mit Hilfe der Finiten-Element-Methode (FEM) berechnet werden, jedoch wäre für die Zusammenhänge der Kräfte eines Fahrzeugs die Modellierung und Berechnung aller Komponenten wie beispielsweise Reifen, Feder-/Dämpferelemente, Stabilisatoren notwendig. Dies bedingt einen erheblichen Rechenaufwand bei Verwendung einer entsprechenden FEM-Analyse und ist daher nicht praktikabel [22, S. 1-2].

Laut Rill sind die Verformungen im Bereich der Fahrgastzelle jedoch sehr klein, sodass eine Annäherung mit Hilfe von Starrkörpern verwendet werden kann. Bei Beschränkung auf eine Simulation des Fahrverhaltens hinsichtlich Längs- und Quereschleunigung, wie sie für die Erstellung von Leistungs-Karten verwendet wird, genügt die Verwendung eines einfachen Starrkörpermodells, welche durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden kann (siehe Kapitel 4) [22, S. 3-4]. Durch die Berechnung des dynamischen Fahrzeugverhaltens lassen sich so auch mit einem einfachen Modell bereits Abschätzungen über die maximal auftretenden Kräfte am Aufbau und Fahrwerk machen, welche für die Auslegung der Fahrwerksstreben verwendet werden können.

2 Bestehende Softwarelösungen für die Fahrzeugsimulation

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick aktueller Softwarelösungen zur Fahrzeugsimulation anhand ihrer Eigenschaften dargestellt werden.

Die Software *CarMaker* von IPG dient vor allem für virtuelle Testfahrten [12]. Sowohl das Fahrzeug, als auch die Fahrumgebungen müssen daher definiert werden um eine Simulation durchzuführen. Zusammen mit einem Fahrermodell und der Möglichkeit auch Verkehrsaufkommen zu beachten bietet CarMaker eine Komplettlösung für den virtuellen Fahrversuch [12]. Verwendet wird hierbei eine nicht-lineare Mehrkörpersimulation (siehe Kapitel 3) und das Fahrzeug wird in verschiedene Untersysteme nach den vorhandenen Komponenten (Reifen, Fahrwerk, usw.) aufgeteilt. Weiterhin sind Schnittstellen für verschiedene externe Tools zur Auswertung und Weiterverwendung der Daten enthalten.

Mit *AVL CRUISE* stellt die Firma AVL LIST GmbH ebenfalls eine Anwendung zur virtuellen Fahrzeugbetrachtung zur Verfügung. Es wird hierbei ein besonderer Fokus auf die Abbildung des Antriebsstrangs gelegt [2]. Möglich sind unter anderem Aussagen über die Fahreigenschaften, den Benzinverbrauch und die Emissionen [18]. Die Software ist hierbei modular aufgebaut, sodass das zu simulierende Fahrzeug aus entsprechenden Untersystemen erstellt und Fahrsituationen berechnet werden können. Es ist ebenfalls eine Schnittstelle für den Export der Ergebnisse zur Weiterverarbeitung der Daten vorhanden [18].

Eine weitere Softwareanwendung, die nach persönlichen Erfahrungen des Autors auch in der Automobilindustrie eingesetzt wird, ist die Simulationssoftware *Adams/Car*. Das Programm bietet die Möglichkeit, die Aufhängung und Lenkung bei verschiedenen Fahrmanövern zu analysieren. Weiterhin können verschiedene Komponenten des Fahrzeugs als Drahtmodell oder Festkörper importiert werden [15]. So ist es dem Nutzer möglich, selbst erstellte Komponenten direkt im Programm mit zu betrachten, was speziell bei der Fahrwerksgeometrie verwendet wird. Das zu analysierende Fahrzeug wird in Adams/Car Komponentenweise nachgebildet und anschließend analysiert [13]. Adams/Car verfügt hierbei über verschiedene Erweiterungen, die eine genauere Betrachtung der Reifen, des Antriebsstrang, des Chassis und des Fahrerhaltens ermöglichen [15]. Die Software bietet hierbei eine große Anzahl an Berechnungsmög-

lichkeiten und das Einfügen eigener Bauteile.

Eine weitere erwähnenswerte Anwendung ist OptimumLap der Firma OptimumG [16]. Die Software verwendet ein stark vereinfachtes Fahrzeugmodell, das mit wenigen Parametern auskommt [17]. Es ergibt sich eine entsprechend einfache Bedienbarkeit in einem übersichtlichen Programm. Zur Berechnung wird das Fahrzeug auf einen Massepunkt reduziert. Im Vergleich zu den oben genannten Softwarelösungen ist OptimumLap kostenlos verfügbar, was es vor allem für Formula Student Teams und die Lehre interessant macht. Wie bei den vorherigen Programmen können auch die Daten von OptimumLap exportiert werden [16].

Die vorgestellten Softwarelösungen sollen nun miteinander verglichen werden, um ihre Einsetzbarkeit für die Bestimmung der Leistungsgrenzen in der Formula Student zu bewerten. Es werden die folgenden Bewertungskriterien betrachtet:

- Geringe Kosten für das Team
- Exportierbarkeit der Ergebnisse
- Importierbarkeit von Fahrzeug und Simulationsparametern
- Einfache Bedienbarkeit ohne notwendige Fachkenntnisse über sämtliche Fahrzeugkomponenten
- Offenlegung der verwendeten Algorithmen
- Modularer Aufbau
- Einbindung eigener Module und Algorithmen für die Berechnung
- Berechnung der Gleichgewichtszustände
- Bestimmbarkeit von Längs- und Querbeschleunigung
- Nicht-Lineare Berechnungsmodelle
- Modellierung der Reifen
- Komplexes Querdynamikmodell (Zweispurmodell)

Die Kosten sind von entscheidender Bedeutung bei der Verwendung einer Softwarelösung. Bei den vorgestellten Programmen handelt es sich bis auf das kostenfreie OptimierungLap, um kommerzielle Produkte.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Exportierbarkeit der Ergebnisse, sodass die Daten auch außerhalb der verwendeten Umgebung für Berechnungen verwendet und grafisch aufbereitet werden können. Außer bei Adams/Car ist bei allen Tools eine entsprechende Funktionalität gegeben.

Ebenso wird gefordert, dass Parametersätze gespeichert und aus externen Dateien eingelesen werden können.

Da die Software von Studenten bedient werden soll, die nicht in allen Bereich des Fahrzeugs über entsprechendes Fachwissen der einzelnen Komponenten verfügen ist eine einfache und nachvollziehbare Bedienbarkeit der Simulationsumgebung sehr wichtig. Es ist notwendig, dass Teammitglieder sich innerhalb kurzer Zeit entsprechend einarbeiten können, sodass alle Mitglieder von einer entsprechenden Softwarelösung profitieren und entsprechend die fahrdynamischen Hintergründe nachvollziehen, sowie die gewünschten Ergebnisse für ihre Bauteile bestimmen können. Durch eine zu hohe Komplexität der Software und einer zu großen Anzahl an geforderten Parametern ist es außerdem möglich, dass diese mit den vorhandenen Mitteln der Messtechnik nicht, oder nur mit erheblichen Aufwand, bestimmbar und somit nicht verfügbar sind.

Aus dem genannten Grund der Nachvollziehbarkeit ist es eben so entscheidend, dass die von der Softwarelösung verwendeten Algorithmen zur Bestimmung des Fahrzeugsverhaltens einsehbar sind. So kann eine kritische Bewertung der erzielten Lösungen geschehen und Einschränkungen bei der Genauigkeit betrachtet werden.

Bei der Erstellung des Simulationsmodells wird Wert auf einen modularen Aufbau gelegt. Dies erleichtert einerseits die Bedienbarkeit, andererseits soll es so möglich sein verschiedene Funktionsblöcke für eine den Bedürfnissen entsprechenden genaue Modellierung zu gewährleisten.

Durch den modularen Aufbau soll ebenfalls eine Einbindung selbst erstellter Module und Algorithmen für die Berechnung ermöglicht werden, sodass eigene Erkenntnisse und Grundlagen verwendet werden können. Es ergibt sich die beliebige Erweiterung des Simulationsmodells zur Betrachtung verschiedener Phänomene.

Die Software soll weiterhin eine Berechnung der Gleichgewichtszustände zulassen, sodass das in Kapitel 1.1 vorgestellte G-G-V Diagramm zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit,

unabhängig von der jeweiligen Strecke, erstellt werden kann. Hierzu ist es notwendig, dass von dem verwendeten Tool die Längs- und Querbeschleunigungswerte des Fahrzeugs bestimmt werden können. Für die Berechnung werden nicht-lineare Modelle gefordert um die Präzision entsprechend zu erhöhen.

Gewünscht wird außerdem die Verwendung eines komplexen Querdynamikmodells (Zweispurmodell, siehe Kapitel 4.2) zur Differenzierung der auftretenden Kräfte nach den einzelnen Reifen.

In Tabelle 1 wurden die vorgestellten Simulationsprogramme anhand der eingeführ-

Merkmal	CarMaker	AVL Cruise	Adams/Car	OptimumLap	Gewichtung
Offene Algorithmen	-	-	-	-	20%
Einbindung eigener Algorithmen	-	-	+	-	20%
Geringe Kosten	-	-	-	+	15%
Exportierbarkeit	+	+	-	+	7,5%
Einfache Bedienbarkeit	+	+	-	+	7,5%
Importierbarkeit	+	+	+	-	5%
Modularer Aufbau	+	+	+	-	5%
Berechnung von Gleichgewichtszustände	+	+	+	+	4%
Längs- und Querbeschleunigung	+	+	+	+	4%
Nicht-lineare Berechnung	+	+	+	+	4%
Reifenmodellierung	+	+	+	+	4%
Zweispurmodell	+	+	+	-	4%
Summe	45%	45%	50%	50%	100%

Legende: + erfüllt, - nicht erfüllt

Tabelle 1: Bewertung bestehender Softwarepakete

ten Kriterien bewertet. Es wurde weiterhin eine Gewichtung der einzelnen Anforderungen durchgeführt. Von besonderen Interesse sind hierbei die auftretenden Kosten, die Nachvollziehbarkeit der verwendeten Algorithmen zur Berechnung, sowie die Möglichkeit diese durch eigene zu ersetzen oder zu erweitern. Zudem wurde Wert auf eine gute Exportierbarkeit der Ergebnisse und eine einfache Bedienbarkeit gelegt.

Es wird deutlich, dass keines der Programme die Anforderungen zufriedenstellend erfüllen kann. Aus diesem Grund wird es angestrebt, ein eigenes Simulationsmodell zu entwickeln, das für die Bewertung eines Fahrzeugs verwendet werden kann.

Siegler verweist in [26, S. 16-17] drauf, dass die Software *Matlab* ebenfalls Berechnungen der Fahrzeugdynamik, und damit zur Abschätzung der Leistungsfähigkeit eines Fahrzeugs verwendet werden kann. Im Vergleich zu den vier zuvor vorgestellten Systemen sind hierbei die Bewegungsgleichungen vom Anwender selbst zu erstellen und im Programm umzusetzen. Weiterhin handelt es sich bei Matlab um aktuellen Industriestandard [26, S. 17].

Im folgenden sollen daher die Möglichkeiten Mehrkörpersimulation mit Matlab und seiner Erweiterung Simulink näher vorgestellt werden um eine Verwendbarkeit für die Erstellung einer Fahrzeugsimulation zu überprüfen.

3 Mehrkörpersimulation mit Matlab und Simulink

Die Mehrkörpersimulation (MKS) basiert auf den Grundlagen der Mehrkörperdynamik von Newton, Euler, d'Alembert, Lagrange und Hamilton. Ursprünglich wurden lediglich starre Körper berechnet. Für elastische Körper konnte die Finite-Elemente-Methode (FEM) verwendet werden. Mit Hilfe moderner Softwarepakete können heute jedoch auch deformierbare Körper mit Hilfe von Mehrkörpersimulationen berechnet werden [21, S. 1].

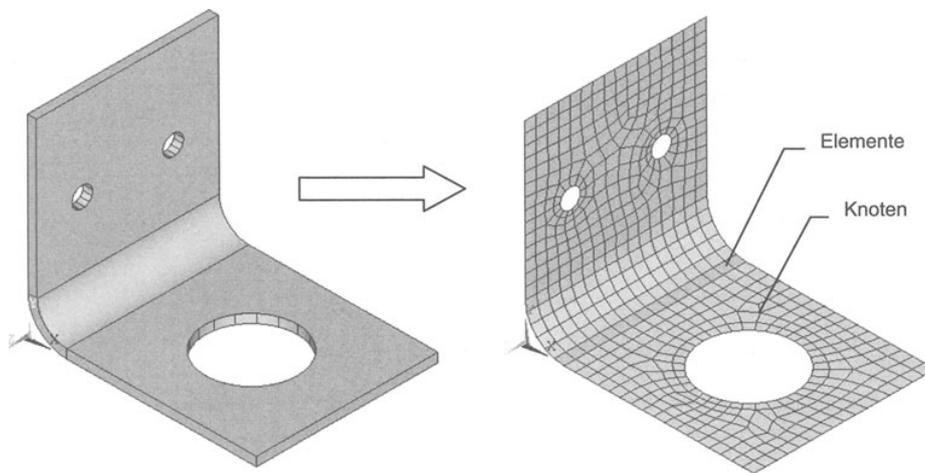


Abbildung 3: Überführung einer Struktur in Finite Elemente [7]

Bei der FEM werden Bauteile in finite Elemente wie Stäbe, Balken, Scheiben, Schalen oder Volumenelemente überführt, welche durch Knoten verbunden sind (siehe Abbildung 3). Durch die Zerlegung kann das Verhalten der Elemente durch einfache Gleichungen und Verknüpfungen zwischen den Elementen dargestellt und berechnet werden [7, S. 13].

Anders als bei der FEM werden bei der Mehrkörpersimulation die Bauteile als Zusammenschluss verschiedener, undeformierbarer Körper angenommen und das reale System so durch ein Ersatzsystem dargestellt. In Abbildung 4 ist die Zerlegung einer McPhearson-Radaufhängung in die entsprechenden Teilsysteme dargestellt [21, S. 178-179]. Die einzelnen Bauteile sind an den Knotenpunkten A, B, C, Q, P, U und T durch verschiedene Gelenke und Lager miteinander verbunden, sodass ein

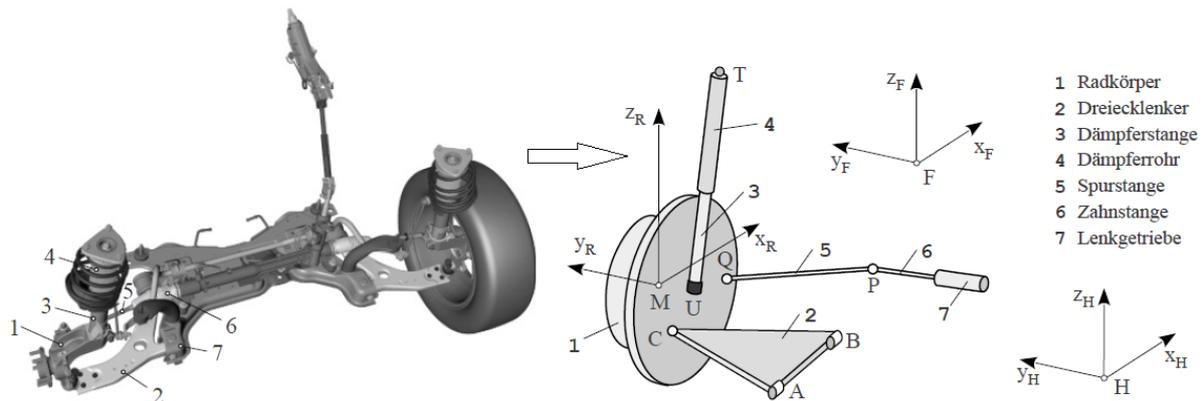


Abbildung 4: Überführung einer McPherson-Radaufhängung in ein Mehrkörpersystem, nach Rill und Schaeffer [21, S. 178-179]

Mehrkörpersystem entsteht. Zur Verdeutlichung sind sowohl beim realen, als auch beim Ersatzsystem die einzelnen Bauteile gekennzeichnet worden. Der dynamische Einfluss von beweglichen Bauteilen, wie sie beispielsweise in der dargestellten Radaufhängung vorkommen, bedingt die Notwendigkeit der MKS. Mit ihr können im Gegensatz zur FEM auch der Einfluss von Trägheitskräften betrachtet werden [21, S. 1-2]. Bei in Kurvenfahrten befindlichen Fahrzeugen mit schnellen Richtungswechseln kommen weiterhin die Schwankungen des Aufbaus und dadurch bedingt eine Veränderung der Gewichtsverteilung hinzu, welche einen Einfluss auf die vom Reifen übertragbaren Kräfte hat (siehe Kapitel 4.1).

Durch die Verwendung von MKS ist es dem Nutzer möglich, bereits vor der Fertigung von Prototypen, Aussagen über das spätere Systemverhalten treffen zu können [21, S. 2]. Dieser Umstand ist vor allem im Motorsport von großem Vorteil, da hier innerhalb kürzester Zeit sehr viele Konzepte verglichen werden müssen und sowohl der finanzielle Aufwand, als auch die benötigte Zeit oft gegen die Herstellung einer großen Anzahl von Prototypen sprechen. Durch die Abschätzung der Einflüsse auf das Systemverhalten mittels MKS kann so die Auswahl der in Frage kommenden Konzepte stark verringert und die Anzahl der benötigten Prototypen entsprechend reduziert werden.

Als Software zur Berechnung von Mehrkörpersimulationen kann Matlab mit seiner Erweiterung Simulink verwendet werden. Der Name Matlab geht auf den Begriff *MATrix LABoratory* zurück und stellt den ursprünglichen Zweck der Software dar:

Die Berechnung von Vektor- und Matrizenoperationen [19, S. 1]. Heute dient Matlab der numerischen Berechnung und Visualisierung von Daten in den Natur- und Ingenieurwissenschaften. Es verfügt über eine eigens entwickelte Hochsprache und stellt viele Funktionen zur Berechnungen der linearen Algebra, der Datenanalyse und Lösungen von Differentialgleichungen (DGLs) zur Verfügung. Die Software beinhaltet weiterhin die grafische Entwicklungsumgebung Simulink mit seinen zahlreichen Erweiterungen wie beispielsweise SimScape und SimDriveline [19, S. 1-2].

Matlab verwaltet seine Variablen im sogenannten *Workspace*. Hier kann auf alle Variablen zugegriffen und diese über eine entsprechende Oberfläche im Programm angezeigt und verändert werden.

Die Software verfügt über die Möglichkeit, eigene Skripte und Funktionen zu erstellen. Skripte greifen hierbei auf die im Workspace gespeicherten Variablen zu und können diese sowohl auslesen als auch verändern. Funktionen hingegen erhalten ihre Daten aus den übergebenen Parametern bei ihrer Ausführung und liefern die berechneten Ergebnisse zurück [19, S. 36-40]. Ein direkter Zugriff auf den Workspace geschieht in diesem Fall nicht. Das Erstellen von Graphen, sogenannten *Plots* ist ebenfalls innerhalb von Skripten und Funktionen möglich.

In Abbildung 5 ist die Benuteroberfläche von Matlab R2016b dargestellt. Die verschiedenen Teile der Benuteroberfläche wurden farblich voneinander abgegrenzt.

Die **Menüleiste (1)** beinhaltet u.a. viele Einstellungsmöglichkeiten sowie eine Verlinkung zur Erweiterung Simulink.

Im **Dateiexplorer (2)** werden die Dateien des aktuell ausgewählten Ordners dargestellt. Matlab verfügt über Funktionen zum automatisierten navigieren durch Ordnerstrukturen und laden von Datensätzen, die in so genannten *.mat-Files* durch die Software gespeichert werden.

Die ausgewählten Dateien können im **Vorschaufenster (3)** auszugsweise betrachtet werden. Bei Datensätzen werden hier die Variablen dargestellt, wohingegen bei der Auswahl einer Skript-Datei (*.m-File*) der erste Teil des Quelltextes, oder Kommentare am Anfang eines Skripts dargestellt werden. Es ergibt sich so die Möglichkeit, durch entsprechende Kommentierung eines eigenen Unterprogramms im Vorschaufenster eine Beschreibung der Funktionsweise zu geben.

Das **Befehlsfenster (4)** dient der direkten Eingabe von Matlab-Befehlen und Ausgabe von Variablen.

3 Mehrkörpersimulation mit Matlab und Simulink

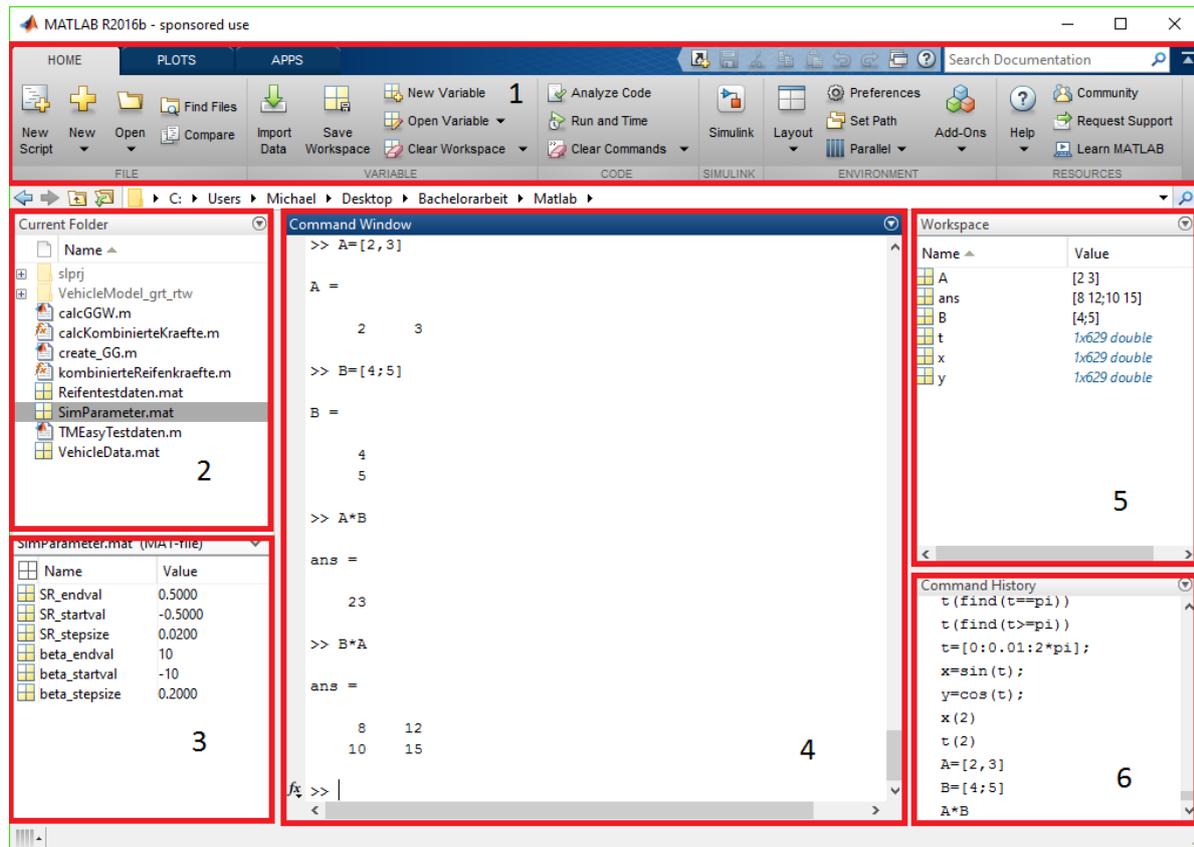


Abbildung 5: Matlab Desktop Umgebung, MATLAB R2016b

Diese sind im sogenannten **Workspace** (5) dargestellt und können so direkt geöffnet und betrachtet oder verändert werden, was die Analyse von Datensätzen entsprechend vereinfacht.

Eine chronologische Auflistung der ausgeführten Matlab-Befehle kann in der **Befehls-historie** (6) betrachtet werden. Es ergibt sich auch die Möglichkeit diese so erneut auszuführen.

Für die Simulation stellt Matlab die Erweiterung Simulink zur Verfügung. Hierbei handelt es sich um eine grafische Umgebung zur Modellierung und Simulation von dynamischen Systemen, mit der sowohl lineare als auch nicht-lineare Probleme gelöst werden können. Simulink arbeitet gleichungsorientiert, im Gegensatz zu Erweiterungen wie SimScape, welches physikalische Signale für ihre Berechnung nutzen [19, S. 167].

Dies bedeutet, dass die mathematischen Formeln zur Beschreibung eines Problems in Simulink mit Hilfe von Funktionsblöcken nachgebildet werden. Bei der physikalischen Auslegung von SimScape werden hingegen direkt physikalische Signale und Größen abgebildet und in entsprechenden Funktionsblöcken umgeformt. Die Simulationsparameter für Simulink werden entweder in der Umgebung selbst definiert, können aber auch mit der Grundsoftware Matlab ausgetauscht werden, indem beispielsweise der Workspace ausgelesen wird. Ebenso ist es möglich, die Simulationsergebnisse nach Matlab zu exportieren, um sie so nachträglich zu bearbeiten und auszuwerten oder auch grafisch darzustellen [19, S. 167].

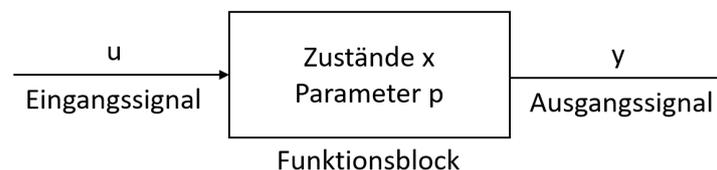


Abbildung 6: Darstellung eines allgemeinen Simulink-Funktionsblocks nach [19]

Ein allgemeiner Simulink-Block verwendet die in Abbildung 6 dargestellten Größen eines Eingangs- (u) und Ausgangsvektors (y), sowie eines Zustandsvektors x und den Funktionsparametern p . Der Zustandsvektor kann hierbei aus zeitdiskreten und/oder kontinuierlichen Zuständen bestehen [11, S. 174-175]. Einen Sonderfall stellen Funktionsblöcke ohne Eingangssignal, so genannte *Source*-Blöcke, oder ohne Ausgangssignal, *Sink*-Blöcke, dar. Zu den *Source*-Blöcken gehören Konstanten (*Const*) oder signalerzeugende Blöcke wie beispielsweise der *Ramp*-Block mit dem steigende bzw. fallende Werte bei einer definierten Steigung erzeugt werden. Beispiele für *Sink*-Blöcke sind der *Scope*-Block zur Darstellung, oder der *To-Workspace*-Block zum exportieren von Signalen in den Workspace [19, S. 168]. In Abbildung 7 ist die Simulink-Oberfläche mit einem Beispielprogramm dargestellt. Das Programm erzeugt durch den Block *Ramp* ein sich mit der Steigung eins erhöhendes Signal und multipliziert dieses mit dem Wert zwei (*Gain*-Block) anschließend wird das entstandene Signal mit einer Sinus-Kurve überlagert, welche die Frequenz $\frac{\pi}{4}$ und die Amplitude eins besitzt. Die Funktionsgleichung für das Ausgangssignal y des dargestellten Systems ergibt sich

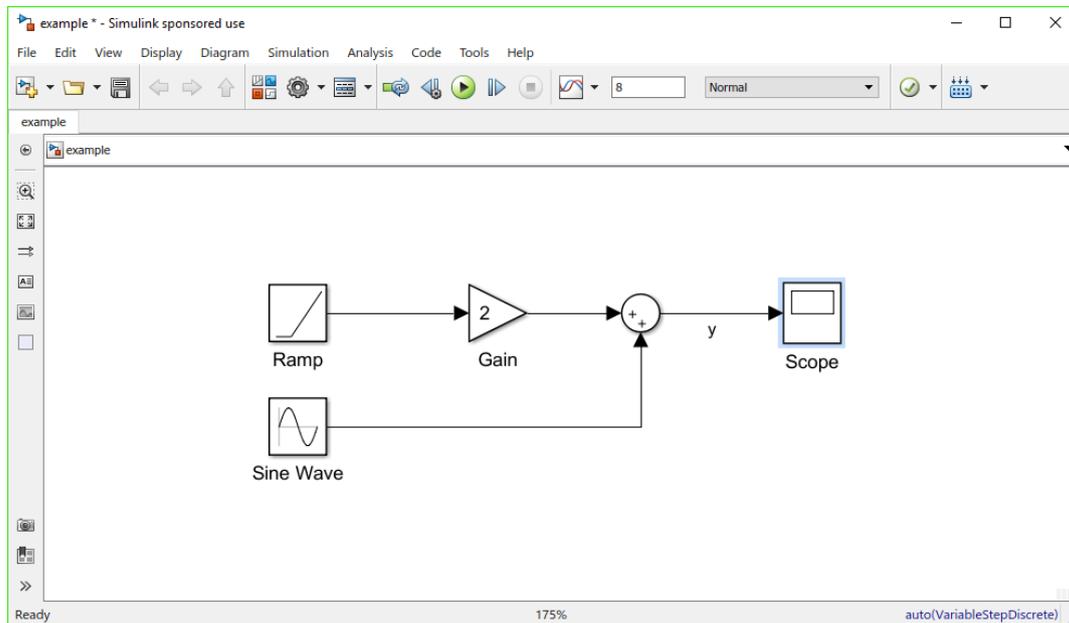


Abbildung 7: Benutzeroberfläche von Simulink mit Beispielprogramm

entsprechend zu:

$$y = 2 \cdot t + \sin\left(t \cdot \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{mit } t = \text{Zeit in Sekunden} \quad (\text{Gl. 1})$$

Das Signal kann mit Hilfe des Scope-Blocks dargestellt werden (siehe Abbildung 8). Zur Durchführung des exemplarischen Simulationsprogramms unterteilt Simulink diese in zwei Phasen [19, S. 168-169]. Während der so genannten Initialisierungsphase werden die Parameter der einzelnen Funktionsblöcke zunächst in Matlab berechnet. Anschließend werden die Blöcke nach der auszuführenden Reihenfolge sortiert. Zu beachten ist hierbei, dass für jeden Block sein Eingangssignal bekannt sein muss, um das Ausgangssignal zu berechnen. Integrationsblöcken muss daher beispielsweise entsprechend ein Initialwert zugewiesen werden. Auf die Initialisierungsphase folgt die Ausführungsphase. Während dieser werden zunächst die Ausgangswerte aller Blöcke berechnet. Anschließend berechnet Simulink die Ableitung des Zustandsvektors mit Hilfe der aktuellen Zeit, des Eingangsvektors und des aktuellen Zustandsvektors für jeden Block. Der gewählte *Solver* berechnet dann mittels Integration den Zustandsvektor des nächsten Zeitschritts [19, S. 168-169, 11, S. 174-175].

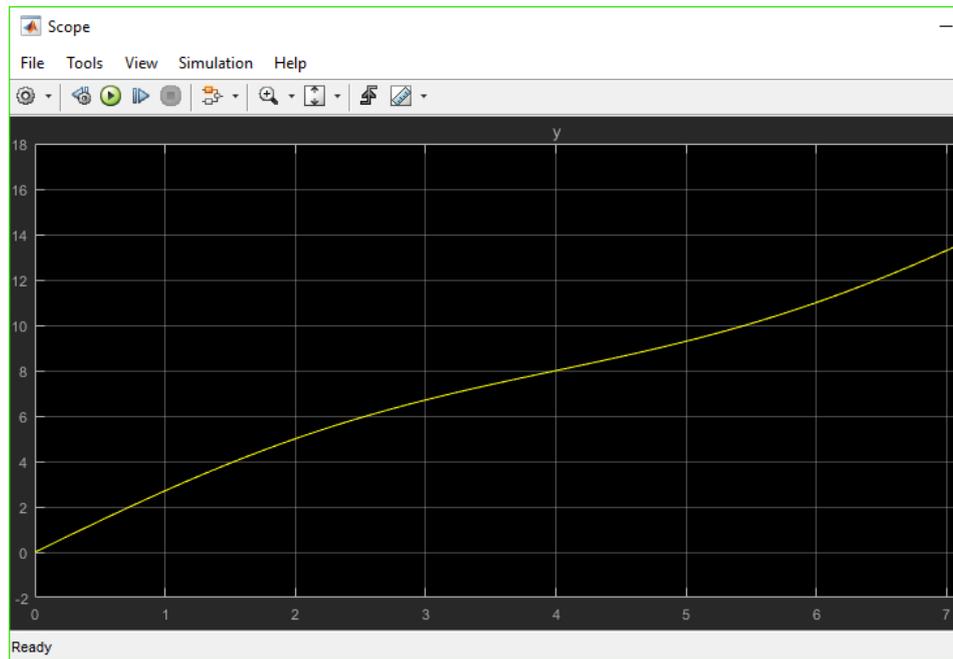


Abbildung 8: Beispiel der Simulink Scope Ausgabe

Problematisch für die Ausführung einer Simulation sind so genannte *algebraische Schleifen*, bei denen das Eingangssignal eines Funktionsblocks entweder direkt oder indirekt vom jeweiligen Ausgangssignal abhängt [19, S. 169]. Eine aufeinanderfolgende Ausführung mit definierter Reihenfolge, wie sie während der Initialisierung der Simulation durch Simulink durchgeführt wird, ist in so einem Fall nicht möglich. Das Programm erkennt daher solche Schleifen und versucht diese durch iterative Rechenschritte während der Simulation zu lösen, wenn die Ergebnisse zu einem Wert konvergieren [19, S. 168-169]. In Abbildung 9 ist ein einfaches Beispiel einer solchen

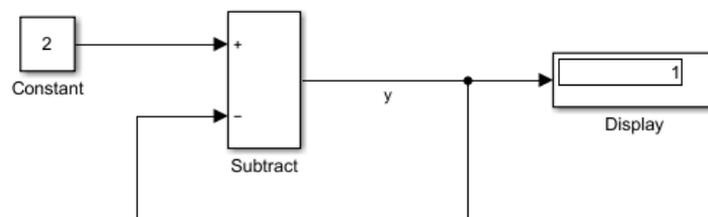


Abbildung 9: Eine einfache algebraische Schleife in Simulink

algebraischen Schleife für das Gleichungssystem

$$y = 2 - y \quad (\text{Gl. 2})$$

dargestellt. Durch Umstellen der Gleichung ergibt sich die Lösung zu:

$$y = 2 - y \Leftrightarrow 2 \cdot y = 2 \Leftrightarrow y = 1 \quad (\text{Gl. 3})$$

Durch diese Veränderung lässt sich die dargestellte Schleife auf einfache Weise lösen. Bei komplexeren Problemen ist eine entsprechende Auflösung jedoch nicht immer möglich, sodass die algebraischen Schleifen anders gelöst werden müssen oder weiterhin bestehen. Sofern das System eindeutig zu einem Wert konvergiert, wie im obigen Beispiel, kann Simulink das Problem iterativ lösen. Ist dies nicht der Fall, so kann beispielsweise mit Hilfe eines Verzögerungs-Blocks (*Delay*) nicht das aktuelle Signal, sondern das des letzten Zeitschritts zur Berechnung des Ausgangssignals verwendet, und so die Schleife aufgehoben werden. Bei einer kleinen Änderung des entsprechenden Signals ist der hierbei entstehende Fehler entsprechend gering.

Zu den Vorteilen von Matlab und Simulink gehören die einfache Bedienbarkeit und Handhabung großer Datenmengen, wie sie bei der Simulation einer großen Anzahl von Zuständen entstehen, sowie die gute Nachvollziehbarkeit und Verständlichkeit der in Simulink erstellten Blockschaltbilder. Im Gegensatz zu reinem Programmcode ist es somit möglich, auch Aussenstehenden einen einfachen Zugang zur umgesetzten Fahrzeugdynamik zu gewähren, was ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit sein soll. Ebenso ergibt sich durch die Verwendung von Simulink die Möglichkeit, Simulationsmodelle mit geringem Aufwand zu erweitern, als auch die komplexen Zusammenhänge großer Modelle übersichtlich aufzuzeigen und zu bearbeiten. Durch die Verknüpfung von Simulink und Matlab können die erzielten Simulationsergebnisse ohne Kompatibilitätsprobleme nach Matlab exportiert werden, um sie dort zu analysieren und grafisch darzustellen. Die grafische Darstellung ist hierbei in der Formula Student zur Begründung von Designentscheidungen gegenüber der Punkterichter von entscheidender Bedeutung. Die Grafiken können weiterhin in den einzureichenden Designbericht über das Fahrzeug aufgenommen werden, der ebenfalls in die Punktwertung des Wettbewerbs mit einbezogen wird. Weiterhin steht die Software durch einen Sponsoring-Vetrag dem Formula Student

Team kostenfrei zur Verfügung und kann ebenfalls für andere Berechnungen und Simulationen genutzt werden. Aus diesen Gründen wurde für die Umsetzung des Simulationsmodells und die Analyse der Daten im Zuge dieser Arbeit die Softwarekombination Matlab/Simulink verwendet.

4 Grundlagen der Fahrzeugdynamik

Im folgenden Kapitel sollen die für die Berechnung der Fahrzustände notwendigen Bewegungsgleichungen der Fahrzeugdynamik erläutert werden. Die dargestellten Modellierungen stellen die Grundlage für die in Kapitel 1 erläuterten Berechnung des G-G-V Diagramms und die Abschätzung der auftretenden Kräfte dar. Da in dieser Arbeit lediglich ein einfaches Basismodell betrachtet werden soll wird der Fokus im weiteren Verlauf auf die Darstellung der Querdynamik und der Modellierung von Reifenkräften gelegt. Effekte der Längs- und Vertikaldynamik (Aufbauschwankungen) werden deshalb nicht näher erläutert.

4.1 Reifen

4.1.1 Grundlagen der Reifenberechnung

Reifen bilden die Schnittstelle zwischen Fahrzeug und Fahrbahn [31, S. 121] und sind somit wesentliches Element der Betrachtung bei der Berechnung von Fahrzustände.

Heutige Reifen bestehen im wesentlichen aus einem Verbund von Gummi, Metallen und Faserstoffen [23, S. 44-45]. Aufgrund dieser Mischung, und der Beschaffenheit von Gummi als Werkstoff, erschwert sich die Vorhersage des Verhaltens eines modernen Reifens.

Diese Problematik beginnt bei der Definition des Radius. Es wird unterschieden zwischen dem Reifenradius des unbelasteten Reifens R_0 , des statisch belasteten Reifens R_{stat} und dem dynamischen Reifenhalmesser R_{dyn} (siehe Abbildung 10) [5, S. 8-9]. Die mit der Fahrbahn in Kontakt stehende Fläche des Reifens wird als Latsch bezeichnet. Aufgrund der Elastizität des Gummis ist der Radius R_{stat} des Reifens an dieser Stelle geringer, als der des unbelasteten Reifens. Eine Rollbewegung des Reifens während der Fahrt führt zu einer Veränderung des vorher statisch betrachteten Reifens. Der Latsch wandert entlang des Umfangs. Der Radius, der sich dadurch einstellt ist geringer als R_0 , jedoch aufgrund der Geschwindigkeit größer als R_{stat} (siehe Abbildung 10). Deshalb wird zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit eines Reifens der dynamische Radius R_{dyn} verwendet. Dieser wird experimentell ermittelt. Hierzu wird das Rad mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h geschleppt und der Umfang über den er abrollt gemessen [5, S. 8]. Aus dem Abrollumfang kann dann nach Breuer der dynamische Reifenradius wie folgt berechnet

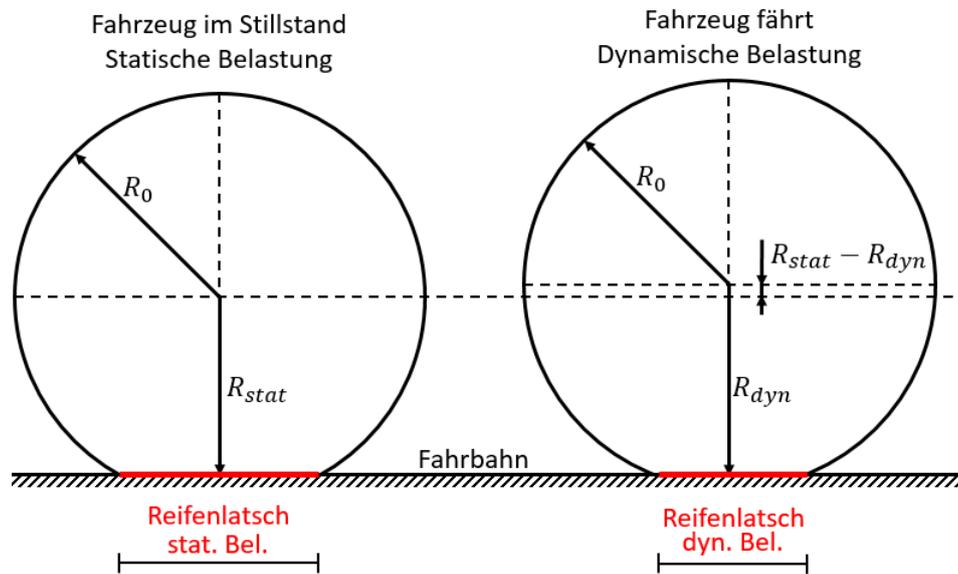


Abbildung 10: Reifen mit Latsch und Halbmessern

werden:

$$R_{dyn} = \frac{U}{2 \cdot \pi} \quad (\text{Gl. 4})$$

Das Verfahren zur Messung und Berechnung ist in Abbildung 11 noch einmal grafisch dargestellt. Zu sehen ist der Reifen in seiner Ausgangsposition (gestrichelt) und nach einer vollständigen Umdrehung. Der Abrollradius entspricht der zurückgelegten Strecke. Damit ein Reifen Kräfte übertragen kann muss eine Relativbewegung zwischen ihm und der Fahrbahn stattfinden [31, S. 129 u. 134]. Eine Relativbewegung in Längsrichtung

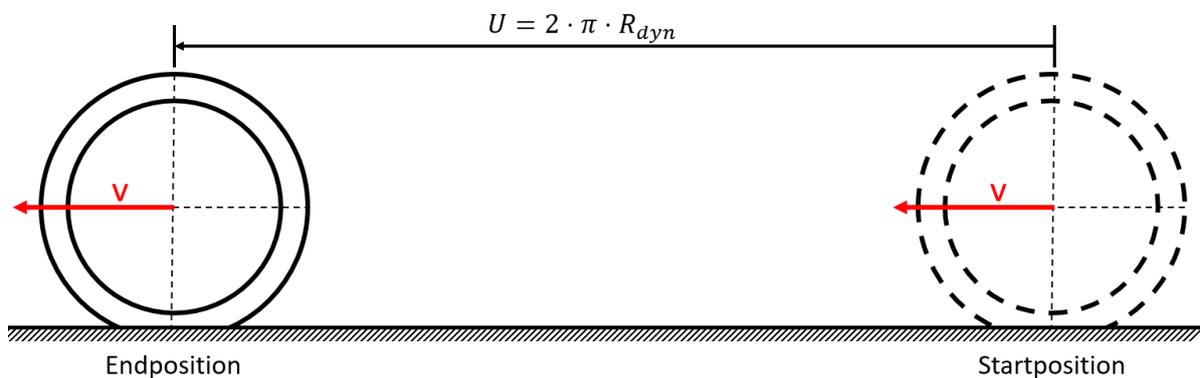


Abbildung 11: Berechnung des dynamischen Reifenradius nach Breuer [5, S. 8]

wird als Längsschlupf bezeichnet und kann nach [31, S. 129] wie folgt definiert werden:

$$s_{x,A} = \frac{R_{dyn} \cdot \omega_R - v}{R_{dyn} \cdot \omega_R} \quad \text{für ein angetriebenes Rad} \quad (\text{Gl. 5})$$

$$s_{x,B} = \frac{v - R_{dyn} \cdot \omega_R}{v} \quad \text{für ein gebremstes Rad} \quad (\text{Gl. 6})$$

ω_R steht hierbei für die Winkelgeschwindigkeit des betrachteten Rads und v für die Geschwindigkeit des Fahrzeugs. Durch die Fallunterscheidung nach angetriebenen und gebremsten Rad sowie der Division durch den Minuenden des Zählers wird sichergestellt, dass sich die Werte für s_x im Intervall $[0,1]$ befinden. Im Falle eines angetriebenen Rads ist die durch die erhöhte Winkelgeschwindigkeit auftretende Geschwindigkeit des Rads größer als die aktuelle Geschwindigkeit v , mit der sich das Rad fortbewegt. Es kommt daher zu einer Relativbewegung mit der Fahrbahn und entsprechend zu einem Schlupfwert $s_{x,A} > 0$. Bei einem gebremsten Rad ist die Winkelgeschwindigkeit entsprechend langsamer, es gilt

$$R_{dyn} \cdot \omega_R < v \quad (\text{Gl. 7})$$

und damit entsprechend $s_{x,B} > 0$. Es ergeben sich für die beiden Grenzfälle eines blockierenden oder durchdrehenden Rads:

$$s_{x,A} = \frac{R_{dyn} \cdot \omega_R - \overbrace{v}^{=0}}{R_{dyn} \cdot \omega_R} = \frac{R_{dyn} \cdot \omega_R}{R_{dyn} \cdot \omega_R} = 1 \quad \text{für ein durchdrehendes Rad} \quad (\text{Gl. 8})$$

$$s_{x,B} = \frac{v - \overbrace{R_{dyn} \cdot \omega_R}^{=0}}{v} = \frac{v}{v} = 1 \quad \text{für ein blockierendes Rad} \quad (\text{Gl. 9})$$

Der auftretende Längsschlupf steht in direkten Zusammenhang mit den vom Reifen übertragbaren Kräften [30, S. 272-273]. In Abbildung 12 ist der Zusammenhang zwischen Längsschlupf und der Kraft, die ein Reifen in Längsrichtung erfährt, dargestellt. Die Daten basieren auf beispielhaften Berechnungen nach dem Modell von Rill [23, S. 69-79 u. 73-81]. Zu erkennen ist ein starker nicht-linearer Zusammenhang zwischen dem Längsschlupf und der auftretenden Kraft. Der Verlauf lässt sich in vier Bereiche unterteilen:

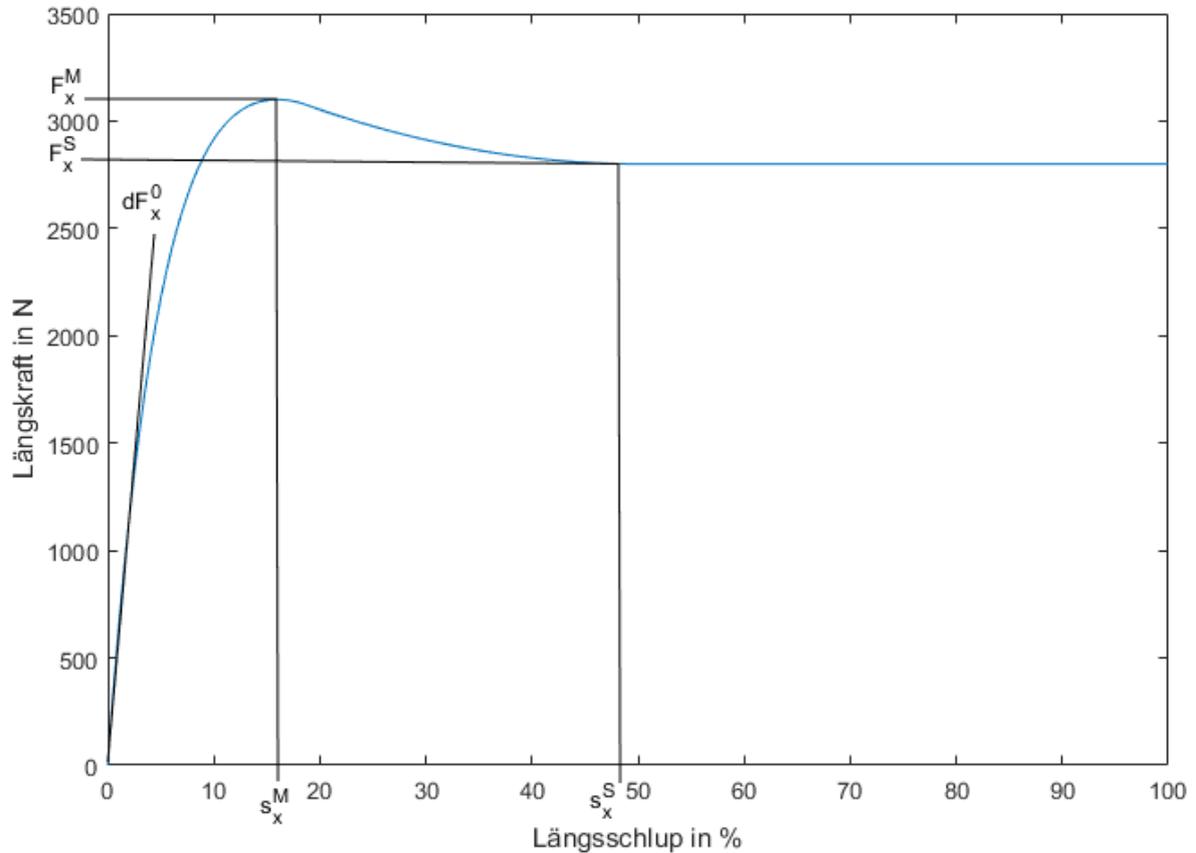


Abbildung 12: Zusammenhang zwischen Längsschlupf und übertragbarer Kraft in Längsrichtung

1. Einen Bereich mit linearer Steigung dF_x^0
2. Ein Abflachen der Kurve bis zum Punkt höchster Kraft F_x^M beim Schlupf s_x^M
3. Einem nach den Höchstwert abfallenden Verlauf bis zum Punkt s_x^S
4. Einer Gerade ohne Steigung ab dem X-Wert s_x^S mit der Kraft F_x^S

Wird ein Reifen nicht ausschließlich in Längsrichtung durch eine entsprechende Relativbewegung belastet, sondern auch durch eine Kraft senkrecht zu seiner Laufrichtung so stellt sich zusätzlich zur eventuell vorhandenen Längskraft der sogenannte Schräglaufwinkel α ein. Dieser beschreibt den Winkel zwischen der Längsachse des Reifens mit der Umfangsgeschwindigkeit v_u und dem tatsächlichen Geschwindigkeitsvektor v (siehe Abbildung 13) [31, S. 134]. Aufgrund der auftretenden Seitenkräfte kommt es zu einer

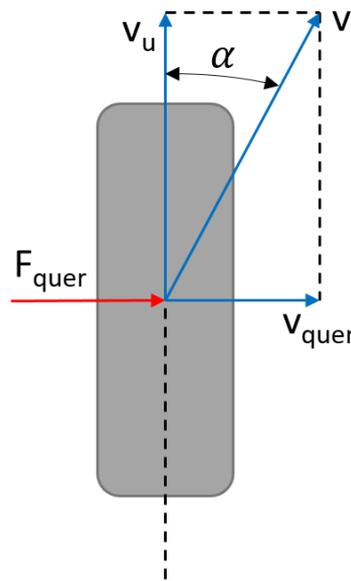


Abbildung 13: Erläuterung des Schräglaufwinkels, nach Breuer [5, S. 21]

Verformung des Reifenlatsch in Richtung der Querachse des Reifens. Der Schräglaufwinkel stellt sich wegen der Schrägstellung des umgeformten Latsch ein und führt zu einer Geschwindigkeit v_{quer} senkrecht zur Umfangsrichtung. Es ergibt sich der dargestellte neue Geschwindigkeitsvektor v des Reifens unter Einfluss von Querkräften. Analog zum Längsschlupf kann der Schräglaufwinkel in einen Querschlupf umgerechnet werden [31, S. 134]. Nach [23, S. 70] gilt der Zusammenhang:

$$\tan(\alpha) =: s_y \quad \text{mit dem Querschlupf } s_y \quad (\text{Gl. 10})$$

Vergleichbar dem Längsschlupf in Abbildung 12 ist in Abbildung 14 der Zusammenhang zwischen Querschlupf und der auftretenden Querkräften dargestellt. Die Daten wurden ebenfalls nach dem Modell von Rill (siehe Kapitel 4.1.2) erstellt. Es ergibt sich dieselbe Aufteilung von je zwei linearen und nicht-linearen Bereichen, wie sie bereits für den Längsschlupf beschrieben wurde. Die Berechnung des Schräglaufwinkels bzw. Querschlupfs ist aufwendiger als die des Längsschlupfs, da die Geschwindigkeit v_{quer} von der Rotation des Fahrzeugs und der wirkenden Kräfte in Längs- und Querrichtung abhängt. Zur Berechnung muss daher ein Querdynamikmodell betrachtet werden, welches die Einflüsse der wirkenden Kräfte auf die Geschwindigkeit des gesamten Fahrzeugs mit

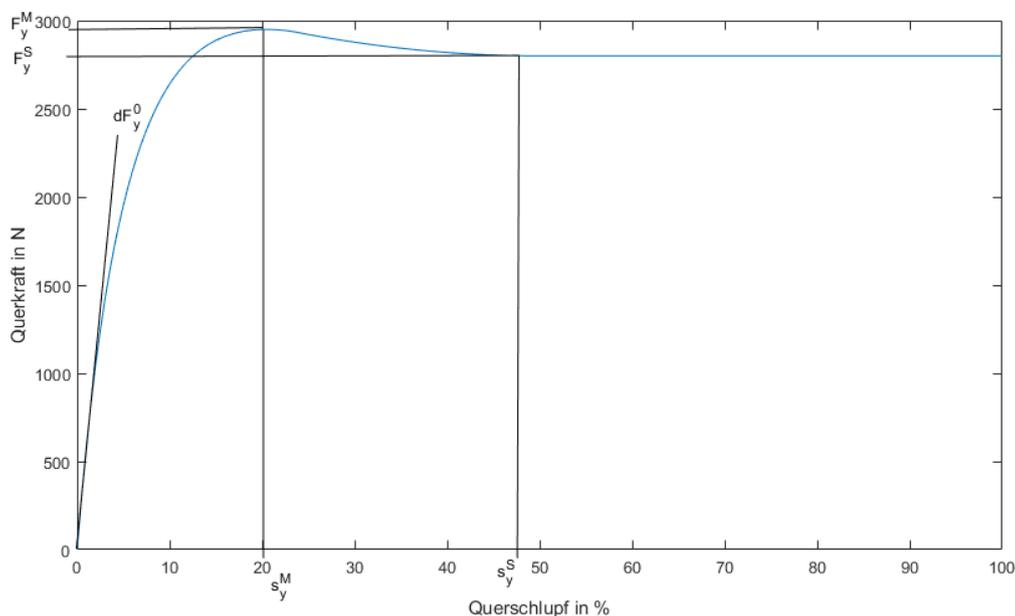


Abbildung 14: Zusammenhang zwischen Querschlupf und übertragbarer Kraft in Quer-
richtung

einbezieht. Entsprechende Berechnungsansätze werden in Kapitel 4.2 erläutert. Es lässt sich erkennen, dass für kleine Schräglaufwinkel die Querkräft linear von der Steigung dF_y^0 abhängt. Man bezeichnet diese Größe als Schräglaufsteifigkeit c_s eines Reifens [5, S. 22-23]. Für kleine Schräglaufwinkel und damit entsprechend geringe Querkräfte ergibt sich der lineare Zusammenhang:

$$F_y = c_s \cdot s_y \quad (\text{Gl. 11})$$

Abbildung 14 ist jedoch zu entnehmen, dass das Verhalten eines Reifens im Grenzbe-
reich, wo er seine maximale Kraft erreicht, keineswegs als linear angenommen werden
kann. Bei Berechnungen für den Motorsport ist dieser Bereich von großem Interesse, da
sich die Fahrzeuge am Limit der Fahrgrenzen bewegen, um eine minimale Rundenzeit
zu erzielen.

Neben der beschriebenen Abhängigkeit der Reifenkräfte vom Längs- bzw. Querschlupf
sind diese zusätzlich proportional von der auftretenden Normalkraft auf die Reifen ab-

hängig [5, S.16-17 u. 21-22] Es ergibt sich für die Reifenkräfte folgender Zusammenhang:

$$F_x = f(s_x, F_Z) \quad (\text{Gl. 12})$$

$$F_y = f(s_y, F_Z) \quad (\text{Gl. 13})$$

und für die Gesamtkraft F unter dem Gesamtschlupf s entsprechend

$$F = f(s, F_Z) \quad (\text{Gl. 14})$$

mit der auf den Reifen wirkenden Normalkraft F_Z . Die auftretenden Kräfte wurden hierbei zur Gesamtkraft F zusammengefasst und die Schlupfwerte zum Gesamtschlupf s . Aufgrund der maximal physikalisch möglichen Kraft, die vom Reifen übertragen werden können ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den auftretender Längs- und Querkräfte [31, S. 141-142]. Dieser wird in Abbildung 15 schematisch dargestellt.

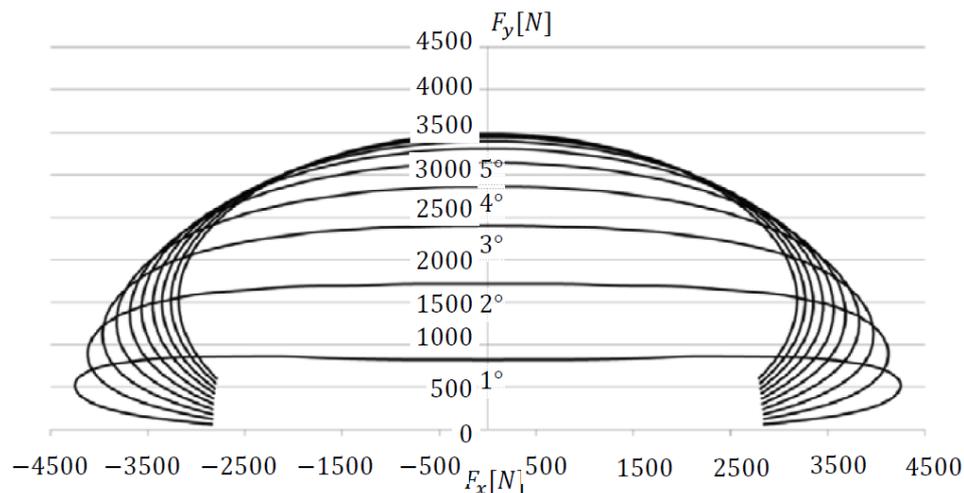


Abbildung 15: Kombiniert auftretende Reifenkräfte [25, S. 186]

Aufgetragen sind die Längs- und Querkraft für verschiedene Schräglaufwinkel des Reifens. Während eines konstanten Schräglaufwinkels wird hierbei der Längsschlupf variiert. Es ist zu erkennen, dass mit zunehmenden Schräglaufwinkel die maximal mögliche Querkraft abnimmt. Ebenso nimmt die Querkraft mit zunehmenden Längsschlupf (positiv für ein angetriebenes und negativ für ein gebremstes Rad) ab. Man erkennt, dass die maximale Querkraft nur dann gestellt werden kann, wenn keine Längskraft wirkt ($F_x = 0$).

Dieser Zusammenhang muss bei der Berechnung von Fahrzuständen während einer Kurvenfahrt beachtet werden, bei der i.d.R. zum Scheitelpunkt hin die Geschwindigkeit verringert (Einbremsen in eine Kurve) und ab dem Scheitelpunkt wieder erhöht wird (Beschleunigen aus einer Kurve heraus). Während dieser Phasen ist nach Abbildung 15 die maximal mögliche Querkraft aufgrund der Längsverzögerung bzw. -beschleunigung verringert, was eine geringere Kurvengeschwindigkeit als bei einer stationären Kreisfahrt zur Folge hat.

Da Fahrzeuge im Motorsport für die schnellste Rundenzeit die maximal mögliche Kraft auf die Reifen aufbringen müssen ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung eben dieser. Die dargestellte starke nicht-linearität der Kräfte, sowohl in Längs- als auch in Querrichtung, sowie das aufkommen kombinierter Reifenkräfte machen daher die Verwendung von Berechnungsmodellen notwendig. Ziel solcher Berechnungsmodelle ist es, die in den Abbildungen 12 und 14 dargestellten Zusammenhänge zwischen Längs- und Querschlupf mit den wirkenden Kräften durch eine mathematische Funktion zu beschreiben.

4.1.2 Das Reifenmodell TMEasy

Völkl verweist in [29, S. 52-53] auf das von Rill entwickelte Reifenmodell TMEasy. Das semi-empirische Modell findet bei ihm aufgrund der guten Erweiterbarkeit Anwendung. Der simple Aufbau und die einfache Anwendbarkeit stellen weitere ausschlaggebende Argumente für die Verwendung des Modells dar.

Das Grundmodell bildet den in den Abbildungen 12 und 14 dargestellten Zusammenhang anhand einer abschnittsweise definierten Funktion nach. Rill erläutert jedoch auch Erweiterungsmöglichkeiten für die Einbindung des Reifensturzes und die Modellierung der Abhängigkeit der Kraft von der auf den Reifen wirkenden Normalkraft F_Z [23, S.84-85 u. 88-92]. Für die Berechnung der in Kapitel 1 beschriebenen Kräfte und Beschleunigungen ist speziell in Kurven eine Betrachtung kombinierter Längs- und Querkräfte auf den Reifen notwendig. Wie in Kapitel 4.1.1 beschrieben, hat eine Überlagerung dieser Kräfte eine Abnahme der maximal möglichen Kräfte in Längs- und Querrichtung zur Folge. Das von Rill erstellte Reifenmodell bildet diesen Zusammenhang wie in Abbildung 16 dargestellt ab. Es wird hierbei der Ansatz verfolgt, dass sowohl die Kräfte in Längs-, als auch in Querrichtung mit Hilfe der dargestellten Größen dF_x^0 , s_x^M , F_x^M , s_x^S und F_x^S

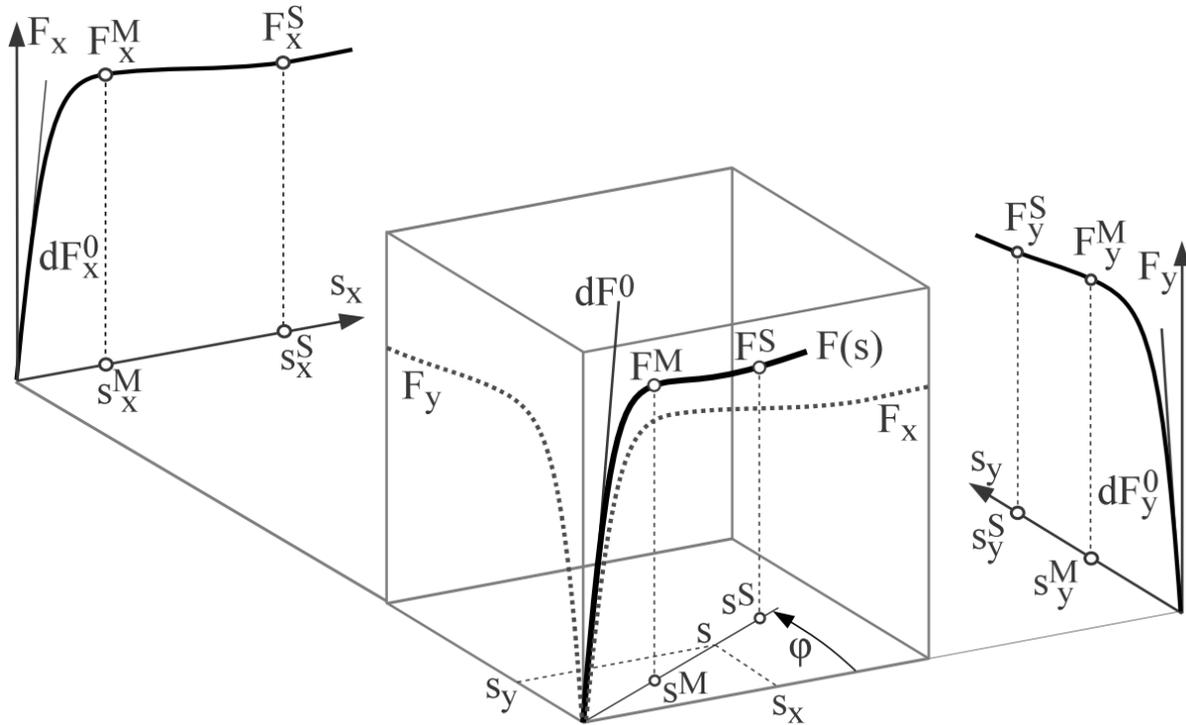


Abbildung 16: TMEasy Modell für die Berechnung kombinierter Reifenkräfte [23, S. 73]

bzw. dF_y^0 , s_y^M , F_y^M , s_y^S und F_y^S beschrieben werden können. Es stellen dF_x^0 bzw. dF_y^0 die linearen Anfangssteigungen der Verläufe der Reifenkräfte dar. F_x^M und F_y^M repräsentieren die größte auftretenden Längs- bzw. Querkraft, welche an der Stelle s_x^M bzw. s_y^M auftritt. Ab dem Schlupfwert s_x^S bzw. s_y^S beginnt das Gleiten des Reifens über die Oberfläche in die jeweilige Richtung. Der zugehörige Kraftwert F_x^S bzw. F_y^S ändert sich daher im folgenden nicht mehr [23, S. 67-73].

Das TMEasy-Modell verfolgt den Ansatz, dass auch die kombinierten Reifenkräfte mit Hilfe solcher Größen definiert und berechnet werden können. Diese sind entsprechend als s , dF^0 , s^M , F^M , s^S und F^S betitelt und ihre jeweilige Berechnung, sowie die Berechnung der aus dem Gesamtschlupf s resultierenden Gesamtkraft F im folgenden vereinfacht dargestellt. Alle nachfolgenden Gleichungen stammen von Rill. Für die vollständige Herleitung sei an dieser Stelle auf [23, S. 73-78] verwiesen.

Bei der Herleitung der allgemeinen Größen wird davon ausgegangen, dass sich diese anteilig entsprechend des auftretenden Längs- und Querschlupfs verhalten. So wird bei einem großen Längsschlupf der Einfluss der Ausgangsgrößen dF_x^0 , s_x^M , F_x^M , s_x^S und F_x^S

auf die kombinierten Größen s , dF^0 , s^M , F^M , s^S und F^S erhöht. Der kombinierte Schlupf s wird wie folgt definiert:

$$s = \sqrt{\left(\frac{s_x}{\hat{s}_x}\right)^2 + \left(\frac{s_y}{\hat{s}_y}\right)^2} = \sqrt{(s_x^N)^2 + (s_y^N)^2} \quad (\text{Gl. 15})$$

mit den normalisierten Schlupfwerten s_x^N und s_y^N , die entsprechend gebildet werden durch

$$s_x^N = \frac{s_x}{\hat{s}_x} \quad (\text{Gl. 16})$$

und

$$s_y^N = \frac{s_y}{\hat{s}_y} \quad (\text{Gl. 17})$$

Diese Normalisierung dient dazu, die Gewichtung der Werte auch bei stark abweichenden Größen für die Längs- und Querrichtung zu gewährleisten. Die Faktoren \hat{s}_x und \hat{s}_y werden daher aus den Werten beider Richtungen bestimmt [23, S. 84]:

$$\hat{s}_x = \frac{s_x^M}{s_x^M + s_y^M} + \frac{F_x^M/dF_x^0}{F_x^M/dF_x^0 + F_y^M/dF_y^0} \quad (\text{Gl. 18})$$

und

$$\hat{s}_y = \frac{s_y^M}{s_x^M + s_y^M} + \frac{F_y^M/dF_y^0}{F_x^M/dF_x^0 + F_y^M/dF_y^0} \quad (\text{Gl. 19})$$

Es ist zu erwähnen, dass keine Differenzierung des Längsschlupfs nach beschleunigten und verzögerten Rad, wie sie in Kapitel 4.1.1 eingeführt wurde, verwendet wird. Stattdessen wird für beide Fälle der Zusammenhang nach Gleichung 5 für den Schlupf in Längsrichtung verwendet, sodass sich für die beschleunigte Fahrt positive und für ein Bremsmanöver negative Schlupfwerte einstellen, was zu einer einfacheren Berechnung führt, da keine Fallunterscheidung betrachtet werden muss.

Mit Hilfe der eingeführten Größen ergeben sich die gesuchten Parameter für kombiniert auftretende Reifenkräfte zu

$$dF^0 = \sqrt{(dF_x^0 \cdot \hat{s}_x \cdot \cos(\varphi))^2 + (dF_y^0 \cdot \hat{s}_y \cdot \sin(\varphi))^2} \quad (\text{Gl. 20})$$

$$s^M = \sqrt{\left(\frac{s_x^M}{\hat{s}_x} \cdot \cos(\varphi)\right)^2 + \left(\frac{s_y^M}{\hat{s}_y} \cdot \sin(\varphi)\right)^2} \quad (\text{Gl. 21})$$

$$F^M = \sqrt{(F_x^M \cdot \cos(\varphi))^2 + (F_y^M \cdot \sin(\varphi))^2} \quad (\text{Gl. 22})$$

$$s^S = \sqrt{\left(\frac{s_x^S}{\hat{s}_x} \cdot \cos(\varphi)\right)^2 + \left(\frac{s_y^S}{\hat{s}_y} \cdot \sin(\varphi)\right)^2} \quad (\text{Gl. 23})$$

$$F^S = \sqrt{(F_x^S \cdot \cos(\varphi))^2 + (F_y^S \cdot \sin(\varphi))^2} \quad (\text{Gl. 24})$$

mit den Beziehungen

$$\cos(\varphi) = \frac{s_x^N}{s} \quad \text{und} \quad \sin(\varphi) = \frac{s_y^N}{s} \quad (\text{Gl. 25})$$

für den eingeschlossenen Winkel φ (siehe Abbildung 16). Die Kräfte F_x in Längs- und F_y in Querrichtung ergeben sich aus der zu berechnenden Gesamtkraft zu

$$F_x = F \cdot \cos(\varphi) \quad \text{und} \quad F_y = F \cdot \sin(\varphi) \quad (\text{Gl. 26})$$

Mit Hilfe der durch die Gleichungen 20 bis 24 beschriebenen Größen für die kombinierten Reifenkräfte wird eine stückweise Funktion zur Berechnung der auf den Reifen wirkenden Gesamtkraft F in Abhängigkeit des Gesamtschlupfs s definiert. Die Funktion wird hierzu in die Bereiche 1-4 nach Abbildung 17 eingeteilt und kann nach Gleichung 27 berechnet werden.

$$F(s) = \begin{cases} \frac{s}{1 + \frac{s}{s^M} \cdot \left(\frac{s}{s^M} + \frac{dF^0 \cdot s^M}{F^M} - 2\right)} \cdot dF^0, & 0 \leq s < s^M \\ F^M - a \cdot (s - s^M)^2, & s^M \leq s < s^* \\ F^S + b \cdot (s^S - s)^2, & s^* \leq s < s^S \\ F^S, & s \geq s^S \end{cases} \quad (\text{Gl. 27})$$

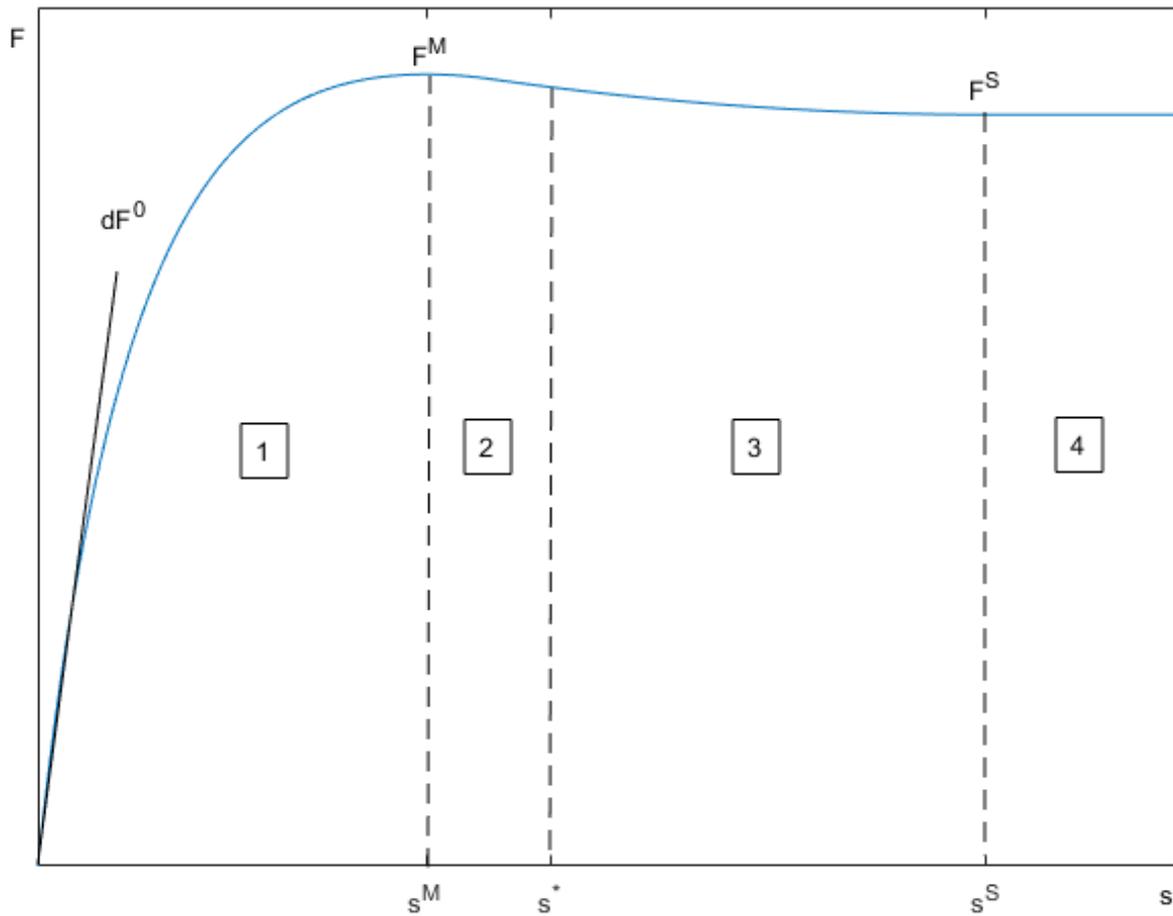


Abbildung 17: Bereiche der stückweisen Funktion zur Berechnung der Gesamtreifenkraft F , nach Rill [23]

mit den Hilfsvariablen

$$a = \frac{dF^0}{s^M} \cdot \left(\frac{F^M}{dF^0 \cdot s^M} \right)^2 \quad (\text{Gl. 28})$$

$$s^* = s^M + \frac{F^M - F^S}{a \cdot (s^S - s^M)} \quad (\text{Gl. 29})$$

$$b = \frac{s^* - s^M}{s^S - s^*} \cdot a \quad (\text{Gl. 30})$$

Aufgrund der in Kapitel 4.1.1 dargestellten zusätzlichen Abhängigkeit der Reifenkräfte

von der wirkenden Normalkraft gelten die für die Berechnung der kombinierten Reifenparameter verwendeten Reifendaten für reine Quer- bzw. Längskräfte nur für eine spezifische Normalkraft, bei der diese ermittelt wurden. Das Modell kann daher insofern erweitert werden, dass die Größen in Abhängigkeit der Normalkraft berechnet werden können [23, S. 84-86]. Rill geht hierbei davon aus, dass aus zwei, bei unterschiedlichen Normalkräften gemessenen, Datensätzen von Reifenparametern mit Hilfe von Inter- bzw. Extrapolation die gesuchten Größen für eine beliebige Normalkraft ermittelt werden können. Sowohl die Parameter in X- als auch in Y-Richtung werden daher entsprechend berechnet und aus diesen neuen Parametern anschließend nach den oben dargestellten Formeln die kombinierten Reifenparameter und die kombinierte Reifenkraft F berechnet. $dF_{x,y}^0$, $F_{x,y}^M$ und $F_{x,y}^S$ werden hierbei jeweils durch eine quadratische Inter- bzw. Extrapolation angepasst. Die Schlupfwerte $s_{x,y}^M$ und $s_{x,y}^S$ werden hingegen linear Inter-/Extrapoliert um die Werte für beliebige Normalkräfte F_Z zu erhalten. Es wird an dieser Stelle darauf verwiesen, dass das TMEasy Reifenmodell weiterhin um den Einfluss des Reifensturzes erweitert werden kann [23, S. 88-90]. Dieser Umstand wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch nicht näher untersucht.

4.2 Querdynamik

Die für die Berechnung der Reifenkräfte benötigten Schräglaufwinkel bzw. Querschlupfwerte der einzelnen Reifen eines Fahrzeugs werden durch die Verwendung eines Querdynamikmodells bestimmt. Ziel ist es, die Zusammenhänge der Fahrdynamik mit Hilfe von mathematischen Gleichungen zu beschreiben.

Einen einfachen Modellansatz stellt das so genannte Einspurmodell dar. Hierbei wird angenommen, dass sich der Gesamtschwerpunkt des Fahrzeugs auf Höhe der Fahrbahn befindet. Durch diese Annahme kommt es zu keinerlei Radlastunterschieden zwischen den Reifen einer Achse, sodass diese die gleichen Kräfte übertragen und daher zusammengefasst werden können [5, S. 142]. Der Übergang von einem Fahrzeugmodell mit zwei Spuren hin zum Einspurmodell ist in Abbildung 18 schematisch dargestellt. Die einzelnen Lenkwinkel δ_a des kurvenäußeren und δ_i des kurveninneren Rads werden zu einem gesamten Lenkwinkel δ vereinfacht. Durch die Zusammenfassung der Räder ergeben sich stark vereinfachte Berechnungsmöglichkeiten für die Bewegungsgleichungen des darge-

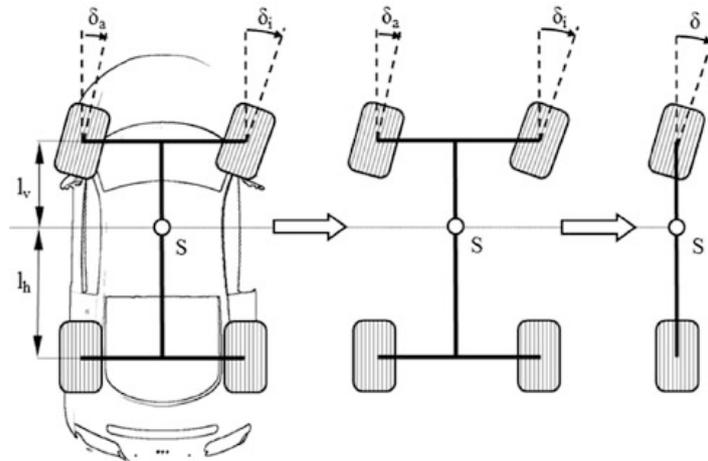


Abbildung 18: Übergang zu einem Einspurmodell [5, S. 142]

stellten Systems. In realen Fahrsituation ergeben sich eine Vielzahl von Einflussfaktoren auf das Fahrverhalten. Unter anderem stellen hier die Schwerpunkthöhe, Wankbewegungen des Fahrzeugaufbaus und die Kinematik der Radaufhängung entscheidende Größen für die Abbildung des tatsächlichen Verhaltens dar [31, S. 173]. Bei Betrachtung dieser Einflüsse hat die Vereinfachung der Schwerpunktslage, die für das Einspurmodell getroffen wurde keine Gültigkeit mehr, sodass ein anderer Modellansatz verwendet werden muss. Um den Einfluss aller Reifenkräfte auf das Fahrverhalten abzubilden wird ein so genanntes Vierrad- oder Zweispurmodell verwendet (siehe Abbildung 19) Ziel der

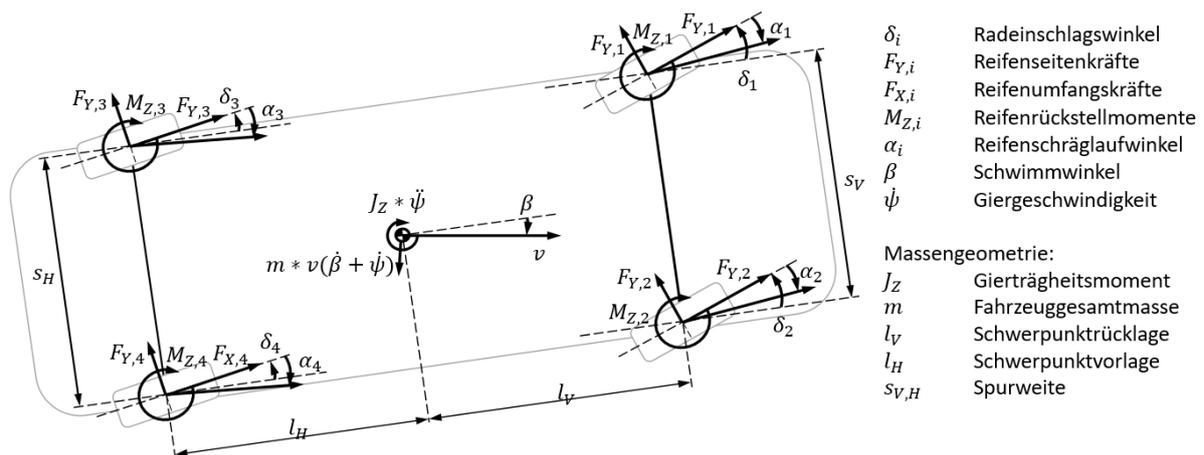


Abbildung 19: Zweispurmodell, nach Boßdorf-Zimmer [3, S. 144]

Verwendung dieses Modells ist es, Gleichungen für die folgenden Größen bereitzustellen:

1. Schräglaufwinkel α_i / Querschlupf $s_{y,i}$
2. Querbeschleunigung a_y
3. Längsbeschleunigung a_x

Der Querschlupf wird benötigt, um die am Reifen wirkenden Kräfte in Y-Richtung mit Hilfe des Reifenmodells zu berechnen (siehe Kapitel 4.1). Die Längs- und Querbeschleunigung dienen der Darstellung der Grenzen des betrachteten Fahrzeugs im G-G-V Diagramm (siehe Kapitel 1.1). In Abbildung 20 ist exemplarisch für das linke Vorderrad die Herleitung des Schräglaufwinkels dargestellt. Dieser kann wie folgt berechnet werden:

$$\alpha_i = \delta_i - \arctan\left(\frac{v_{i,y}}{v_{i,x}}\right) \quad (\text{Gl. 31})$$

Der gesuchte Querschlupf $s_{y,i}$ der einzelnen Reifens folgt nach [23, S. 70] als Funktion des Schräglaufwinkels:

$$s_{y,i} = \arctan(\alpha_i) \quad (\text{Gl. 32})$$

Die Bestimmung der Geschwindigkeiten $v_{1,x}$ und $v_{1,y}$ erfolgt nach den allgemeinen Bewegungsgleichungen eines starren Körpers für Translation und Rotation. Diese ergeben

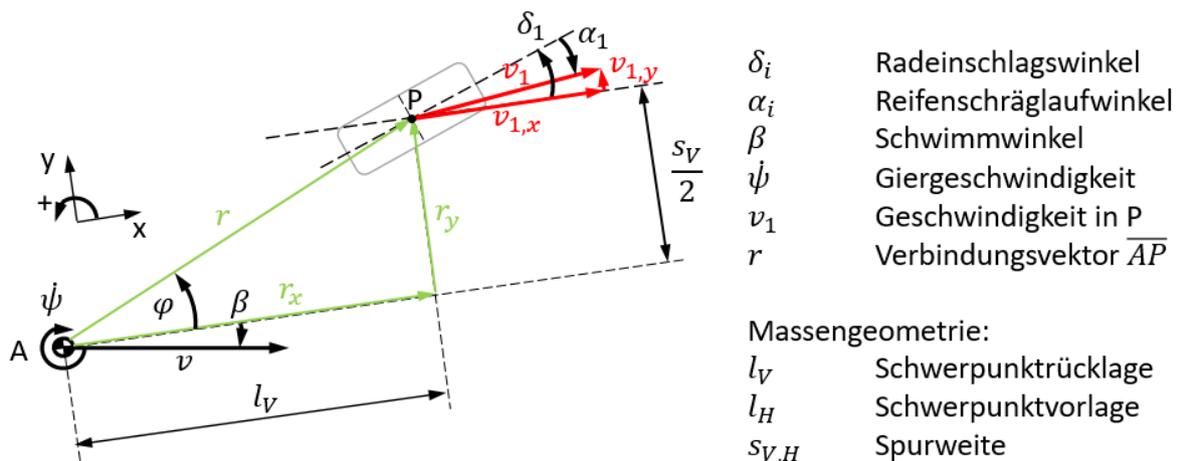


Abbildung 20: Herleitung des Schräglaufwinkels

für das dargestellte System nach [10, S. 125-127] folgende Zusammenhänge:

$$v_{P,x} = v_{1,x} = v_x - r \cdot \sin(\varphi) \cdot \dot{\psi} = v_x - r_x \cdot \dot{\psi} = v \cdot \cos(\beta) - \frac{s_v}{2} \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 33})$$

$$v_{P,y} = v_{1,y} = v_y + r \cdot \cos(\varphi) \cdot \dot{\psi} = v_y + r_y \cdot \dot{\psi} = v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 34})$$

Analog werden die übrigen Geschwindigkeiten berechnet, sodass sich folgende Gleichungen ergeben [3, S. 145]:

$$v_{2,x} = v \cdot \cos(\beta) + \frac{s_V}{2} \cdot \dot{\psi} \quad v_{2,y} = v \cdot \sin(\beta) + l_V \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 35})$$

$$v_{3,x} = v \cdot \cos(\beta) - \frac{s_H}{2} \cdot \dot{\psi} \quad v_{3,y} = v \cdot \sin(\beta) - l_H \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 36})$$

$$v_{4,x} = v \cdot \cos(\beta) + \frac{s_H}{2} \cdot \dot{\psi} \quad v_{4,y} = v \cdot \sin(\beta) - l_H \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 37})$$

Die Spurweiten s_V und s_H sind durch die Fahrzeuggeometrie festgelegt. Die Abstände l_V und l_H der Räder zum Schwerpunkt sind ebenfalls vorgegeben, da die Lage des Schwerpunkts als konstant angenommen wird.

Die Variable $\dot{\beta}$ kann durch ein Kräftegleichgewicht senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor v wie folgt bestimmt werden (vgl. Abbildung 19) [3, S. 144]:

$$\dot{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^4 F_{X,i} \cdot \sin(\delta_i - \beta) + \sum_{i=1}^4 F_{Y,i} \cdot \cos(\delta_i - \beta)}{m \cdot v} - \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 38})$$

Die Reifenkräfte $F_{X,i}$ und $F_{Y,i}$ können mit Hilfe des Reifenmodells aus den Schräglaufwinkeln bestimmt werden (siehe Kapitel 4.1.2). Mit Hilfe des Momentengleichgewichts um die Z-Achse kann die Gierbeschleunigung $\ddot{\psi}$ bestimmt werden [3, S. 144]:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \left[(F_{X,1} \cdot \sin(\delta_1) + F_{X,2} \cdot \sin(\delta_2) + F_{Y,1} \cdot \cos(\delta_1) + F_{Y,2} \cdot \cos(\delta_2)) \cdot l_V \right. \\ & - (F_{X,3} \cdot \sin(\delta_3) + F_{X,4} \cdot \sin(\delta_4) + F_{Y,3} \cdot \cos(\delta_3) + F_{Y,4} \cdot \cos(\delta_4)) \cdot l_H \\ & + (-F_{X,1} \cdot \cos(\delta_1) + F_{X,2} \cdot \cos(\delta_2) + F_{Y,1} \cdot \sin(\delta_1) - F_{Y,2} \cdot \sin(\delta_2)) \cdot \frac{s_V}{2} \\ & + (-F_{X,3} \cdot \cos(\delta_3) + F_{X,4} \cdot \cos(\delta_4) + F_{Y,3} \cdot \sin(\delta_3) - F_{Y,4} \cdot \sin(\delta_4)) \cdot \frac{s_H}{2} \\ & \left. - \sum_{i=1}^4 M_{Z,i} \right] / J_Z \quad (\text{Gl. 39}) \end{aligned}$$

Bei Betrachtung des Kräftegleichgewichts in X-Richtung des Fahrzeugs kann aus der resultierenden Gesamtkraft die Längsbeschleunigung a_x wie folgt dargestellt werden:

$$a_x = \dot{v} = \frac{\sum_{i=1}^4 F_{X,i} \cdot \cos(\delta_i - \beta) + \sum_{i=1}^4 F_{Y,i} \cdot \sin(\delta_i - \beta)}{m} \quad (\text{Gl. 40})$$

Entsprechend wird aus der orthogonal auf den Geschwindigkeitsvektor wirkenden Kraft $m \cdot v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi})$ die gesuchte Querb beschleunigung a_y berechnet:

$$a_y = \ddot{y} = v \cdot (\dot{\psi} + \dot{\beta}) \quad (\text{Gl. 41})$$

Die übrigen Unbekannten $\dot{\psi}$ und β können entsprechend durch Integration bestimmt werden. Mit Hilfe der aufgeführten Gleichungen lässt sich das instationäre Verhalten eines Fahrzeugs anhand des Zweispurmodells beschreiben.

Da im G-G-V-Diagramm lediglich stabile Fahrzustände betrachtet werden (siehe Kapitel 1.1), sollen diese im Folgenden definiert werden. Für stabile oder auch stationäre Fahrzustände während einer Kurvenfahrt müssen nach Wallentowitz [31, S. 153] folgende Größen konstant sein:

1. Fahrgeschwindigkeit $v \rightarrow \dot{v} = 0$
2. Giergeschwindigkeit $\psi \rightarrow \dot{\psi} = 0$
3. Schwimmwinkel $\beta \rightarrow \dot{\beta} = 0$

Sofern diese Bedingungen erfüllt sind befindet fährt das betrachtete Fahrzeug eine Kurve mit konstanten Radius und Geschwindigkeit. Nach den Bedingungen der Fahrzeugdynamik, wie sie von Wallentowitz beschrieben wurden, ist jedoch die Erstellung eines G-G-V Diagramms nach Milliken nicht möglich, da bei stationärer Kreisfahrt keine Längsbeschleunigung wirkt.

Milliken führt daher den Begriff des *momentanen Gleichgewichtszustands* ein [14, S. 308-309]. Die Bedingungen des stationären Zustands werden insofern verändert, dass lineare Bewegungen in Längs- und Querrichtung mit einer konstanten Beschleunigung ebenfalls zulässig sind. Dieser Zustand wird als momentantes Gleichgewicht bezeichnet, da sich das Fahrzeug nur zu dem aktuell betrachteten Zeitpunkt im Gleichgewicht befindet. Mit Hilfe dieser Definition lassen sich die Fahrzustände berechnen, die für das G-G-V Diagramm benötigt werden.

5 Anforderungsanalyse

Das im Zuge dieser Arbeit zu erstellende Simulationsmodell wird anhand der Anforderungen des Formula Student Teams GET racing Dortmund e.V. erstellt, welche im folgenden näher erläutert werden sollen.

Wie in Kapitel 1 beschrieben, ergeben sich verschiedene Möglichkeiten des Einsatzes von Simulationssoftware für Motorsportteams. Ziel ist hierbei vor allem, eine Abschätzung über die Leistungsfähigkeit des Fahrzeugs abgeben zu können. Die folgenden Anforderungen wurden in drei Kategorien unterteilt:

1. Berechnung
2. Struktur
3. Datenaustausch

Es werden die nötigen Anforderungen des jeweiligen Themenbereichs vorgestellt und erläutert. Anschließend werden diese in einer Anforderungslist zusammengefasst.

5.1 Berechnung

Zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit des Fahrzeugs soll das in Kapitel 1.1 vorgestellte G-G-V Diagramm verwendet werden.

Wie beschrieben ist es daher notwendig, dass durch das zu erstellende Simulationsmodell die in Kapitel 4.2 erläuterten **momentanen Gleichgewichtszustände** bestimmt werden können.

Die in diesen Zuständen wirkenden **maximalen Längs- und Querschleunigungen** müssen berechnet werden, um diese anschließend im G-G-V Diagramm zur Bewertung des Fahrzeugs auftragen zu können.

Für die Berechnung werden die auftretenden Reifenkräfte benötigt, welche aufgrund der dargestellten Nicht-Linearität mit Hilfe eines entsprechenden **nicht-linearen Reifenmodells** berechnet werden sollen. Ebenso können durch die Berechnung der Reifenkräfte Rückschlüsse auf die in Kapitel 1.2 angesprochenen Belastungen für das Fahrwerk gezogen werden.

Die Reifenkräfte sind nach Kapitel 4.1.1 auch vom Querschlupf abhängig, welcher mit

Hilfe der Querdynamik (vgl. Kapitel 4.2) bestimmt werden muss. Hierfür wird ein entsprechendes Modell zur Abbildung der auftretenden dynamischen Effekte und Kräfte benötigt. Das in Kapitel 4.2 vorgestellte Einspur-Modell kann hierfür verwendet werden, gewünscht wird jedoch mit Hinblick auf spätere Erweiterungsmöglichkeiten die Umsetzung des komplexeren **Zweispurmodells**.

5.2 Struktur

Um Teammitgliedern und anderen Studenten den gewünschten Zugang zur Fahrzeugdynamik zu gewähren, und das Simulationsmodell übersichtlich und einfach erweiterbar zu gestalten wird in diesem Zusammenhang ein **modularer Aufbau** gefordert.

Hierbei ist darauf zu achten, dass durch die Verwendung allgemeiner physikalischer Größen an den Schnittstellen zwischen einzelnen Modulen eine **Austauschbarkeit** möglich ist, um so beispielsweise die zukünftige Verwendung eines anderen Reifenmodells nicht von vornherein auszuschließen.

5.3 Datenaustausch

Wie in Kapitel 3 beschrieben verfügt die zu verwendende Simulationssoftware Simulink über die Möglichkeit Daten mit Matlab auszutauschen, sodass diese dort bearbeitet, verändert, analysiert und grafisch dargestellt werden können.

Die Ergebnisse der Simulation sollen daher nach Matlab oder in eine von Matlab lesbare *.mat-File* **exportierbar** sein, sodass sie dort ausgewertet und das gewünschte G-G-V Diagramm erstellt werden kann.

Ebenso ist gefordert, dass die zu simulierten Fahrzeug-, Reifen- und Simulationsparameter nicht fest in der Simulation, sondern variable **aus externen Dateien eingelesen** werden können, sodass eine Veränderung dieser Parameter auch ohne tiefgründige Kenntnisse des zu entwickelnden Simulationsmodells durchgeführt werden kann.

5.4 Anforderungsliste

In Tabelle 2 sind die erläuterten Anforderungen, gegliedert nach dem jeweiligen Themengebiet, noch einmal übersichtlich aufgelistet. Der Aufbau dieser Anforderungsliste basiert auf den Unterlagen des Fachgebiets Maschinenelemente der Technischen Universität Dortmund und wurde vom Autor bereits im Rahmen einer Studienarbeit verwendet [24].

Anforderungsliste Simulationsmodell für den Einsatz im Motorsport		Nr.:	BA 17 001
Auftraggeber: GET racing Dortmund e.V.		Datum:	20.01.2017
		Seite:	1
Nr.	Anforderungen	F/W	
1.	Berechnung		
1.1	Berechnung der momentanen Gleichgewichtszustände		F
1.2	Bestimmung der Längs- und Querschleunigung		F
1.3	Verwendung eines Nicht-Linearen Reifenmodells zur Bestimmung der Reifenkräfte		F
1.4	Berechnung der Einflüsse der Querdynamik		F
1.5	Zweispurmodell als Berechnungsgrundlage für die Querdynamik		W
2.	Struktur		
2.1	Modularer Aufbau		F
2.2	Austauschbarkeit der einzelnen Module		F
2.3	Schnittstellen für Erweiterungen		W
3.	Datenaustausch		
3.1	Exportierbarkeit der Simulationsergebnisse zur Auswertung		F
3.2	Fahrzeugparameter aus externer Datei einlesbar		F
3.3	Reifenparameter aus externer Datei einlesbar		F
3.4	Simulationsparameter aus externer Datei einlesbar		F
Legende			
F	Festforderung (notwendig)		
W	Wunsch (optional)		

Tabelle 2: Anforderungsliste

6 Umsetzung des Simulationsmodells

Aufgrund der geforderten Modularität des Simulationsmodells wurde dieses in drei Module aufgeteilt, anhand derer im folgenden die Funktionsweise unter Zuhilfenahme von Programmablaufplänen nach DIN66001 [6] erläutert werden soll.

Da es sich bei hierbei um ein grundlegendes Modell zur späteren Erweiterung handelt, wurde im Rahmen dieser Arbeit der Fokus auf die Umsetzung eines Reifen- und Querdynamikmodells gelegt. Effekte der Längsdynamik in Form eines Modells zur Abbildung des Antriebsstrangs werden nicht behandelt. Ebenso werden keine Einflüsse der Vertikaldynamik in Form von Aufbauschwankungen und damit verbundenen Radlaständerungen betrachtet. Die für die Erstellung des in Kapitel 1.1 beschriebenen G-G-V-Diagramms notwendigen Größen können jedoch auch mit diesem entsprechend vereinfachten Modell bestimmt werden.

Zur Berechnung der fahrdynamischen Zustände die folgenden Module erstellt:

1. Steuerungsmodul
2. Zweispurmodul
3. Reifenmodul

Ziel ist es, durch Variation der frei wählbaren Variablen im Steuerungsmodul mit Hilfe der Bewegungsgleichungen der Fahrzeugdynamik die möglichen Fahrzustände zu berechnen und aus den Simulationsergebnissen die momentanen Gleichgewichtszustände zu bestimmen, sodass ein G-G-V Diagramm für das Fahrzeug erstellt werden kann.

Zu beachten ist, dass es sich bei der erstellten Simulation nicht um die Berechnung aufeinanderfolgender Fahrzustände während eines Fahrmanövers handelt. Vielmehr werden durch die Kombination der frei wählbaren Variablen verschiedene mögliche Zustände berechnet und so das Verhalten des Fahrzeugs nachgebildet.

Der schematische Aufbau des erstellten Programms mit seinen Hierarchieebenen ist in Abbildung 21 vereinfacht dargestellt. Abgebildet sind die Module, die in den folgenden Unterkapiteln näher erläutert werden. Zusätzlich besteht das Modell noch aus weiteren Untermodulen zur Berechnung der erforderlichen Größen nach den in den Grundlagen erläuterten Gleichungen der Fahrzeugdynamik und des TMEasy Reifenmodells (siehe

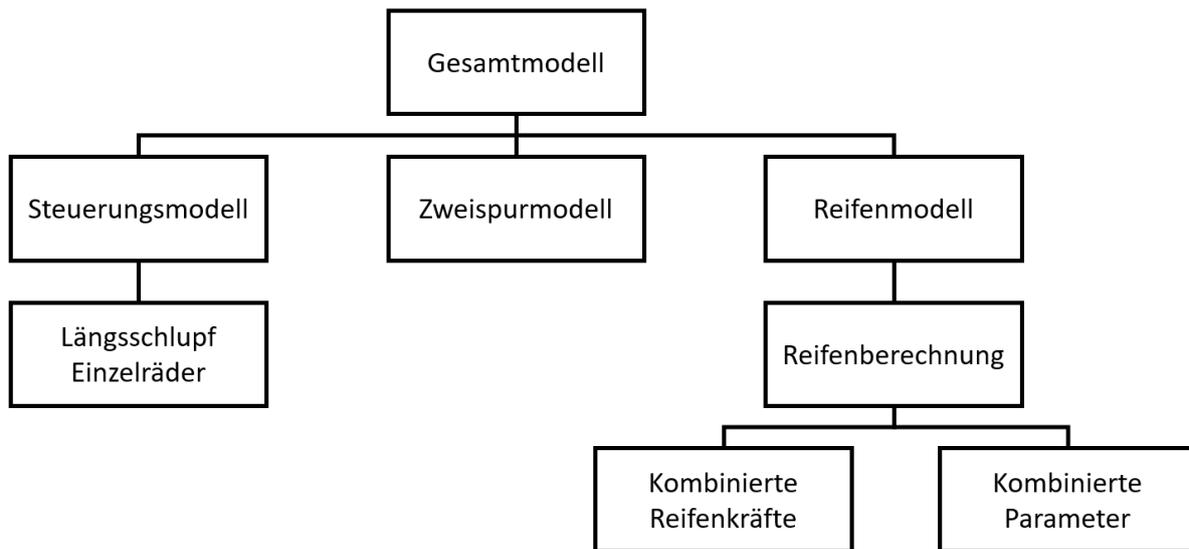


Abbildung 21: Hierarchie des Simulationsmodells

Kapitel 4.2 und 4.1.2). Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind diese nicht mit abgebildet, werden jedoch innerhalb der jeweiligen Kapitel erklärt. Der Simulationsablauf ist vereinfacht in Abbildung 22 dargestellt. Das entsprechende Simulinkmodul befindet sich in Anhang C. Zu Beginn der Simulation (Zeitpunkt $t=0$) werden die Anfangs- und Endwerte der Größen des Steuerungsmodells ausgelesen. Diese stellen Simulationsparameter dar und legen im wesentlichen fest, welche Variationen der Variablen durchgeführt werden (siehe Kapitel 6.2). Anschließend werden die aktuellen Werte der Steuerungsgrößen im Steuerungsmodell berechnet. Hierbei handelt es sich um die frei wählbaren Variablen der Simulation, die während dieser variiert werden sollen um alle Fahrzustände zu erhalten. Nach Berechnung diese Größen wird überprüft, ob der Längsschlupf s_x größer oder gleich seinem geforderten Endwert $s_{x,Ende}$ ist. Dies stellt die Abbruchbedingung der Simulation dar. Ist die Bedingung erfüllt, so wurden sämtliche geforderten Zustände simuliert und das Programm wird beendet. Andernfalls wird mit Hilfe der Steuerungsgrößen im Zweispurmodell die Querdynamik berechnet. Aus den dort berechneten Schräglaufwinkeln α_i können anschließend die Reifenkräfte im Reifenmodell bestimmt werden. Nach Durchlauf dieser Berechnungsschritte erhöht die Simulationssoftware Simulink die Zeit t und die Größen für den nächsten Zeitschritt bzw. Fahrzustand werden bestimmt (siehe Kapitel 3).

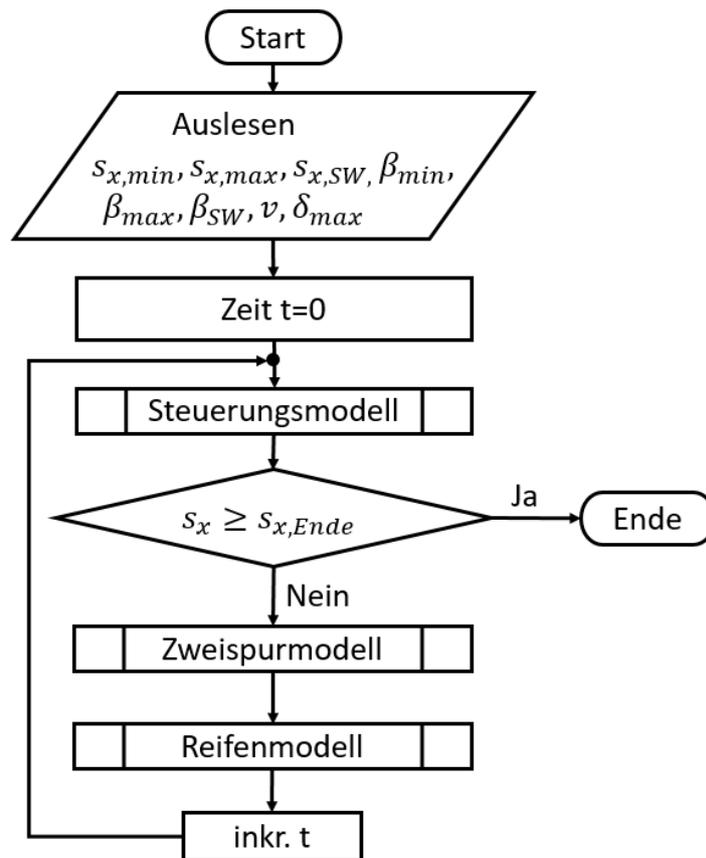


Abbildung 22: Ablaufplan des Gesamtmodells

6.1 Zweispurmodell

Das erstellte Zweispurmodell basiert auf den Gleichungen der Fahrzeugdynamik, die in Kapitel 4.2 vorgestellt wurden. Hierbei handelt es sich um die Umsetzung der entsprechenden Gleichungen in Simulink. Da, wie in Kapitel 1.1 erläutert, für die Berechnung des gewünschten G-G-V Diagramms nur die stabilen Fahrzustände von Interesse sind werden folgende Vereinfachungen eingeführt:

$$\dot{\beta} = 0 \quad (\text{Gl. 42})$$

$$\ddot{\psi} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{Gl. 43})$$

Diese gehen aus den Bedingungen für stabile Fahrzustände, wie sie in Kapitel 4.2 beschrieben wurden, hervor. Aus Gleichung 39 ist ersichtlich, dass $\ddot{\psi}$ von den geometrischen Größen, Lenkwinkeln, auf den Reifen wirkenden Kräfte und dem Gierträgheitsmoment abhängig ist. Aufgrund dieser komplexen Abhängigkeiten ergibt sich die Bedingung in Gleichung 43. Es soll daher $\ddot{\psi}$ anhand folgender Gleichung im Zuge der Simulation berechnet werden:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \left[(F_{X,1} \cdot \sin(\delta_1) + F_{X,2} \cdot \sin(\delta_2) + F_{Y,1} \cdot \cos(\delta_1) + F_{Y,2} \cdot \cos(\delta_2)) \cdot l_V \right. \\ & - (F_{X,3} \cdot \sin(\delta_3) + F_{X,4} \cdot \sin(\delta_4) + F_{Y,3} \cdot \cos(\delta_3) + F_{Y,4} \cdot \cos(\delta_4)) \cdot l_H \\ & + (-F_{X,1} \cdot \cos(\delta_1) + F_{X,2} \cdot \cos(\delta_2) + F_{Y,1} \cdot \sin(\delta_1) - F_{Y,2} \cdot \sin(\delta_2)) \cdot \frac{s_V}{2} \quad (\text{Gl. 44}) \\ & + (-F_{X,3} \cdot \cos(\delta_3) + F_{X,4} \cdot \cos(\delta_4) + F_{Y,3} \cdot \sin(\delta_3) - F_{Y,4} \cdot \sin(\delta_4)) \\ & \left. \cdot \frac{s_H}{2} \right] / J_Z \end{aligned}$$

Im Anschluss an die Simulation wird bei der Auswertung der Ergebnisse das Kriterium aus Gleichung 43 überprüft, und somit mit Hilfe der berechneten Größen für $\ddot{\psi}$ die stabilen Fahrzustände bestimmt (siehe Kapitel 7). Die dargestellte Gleichung 44 unterscheidet sich insofern von Gleichung 39, als dass die Reifenrückstellmomente nicht betrachtet werden. Diese werden im Zuge dieser Arbeit vereinfacht als Null angenommen, um die Komplexität des Reifenmodells nicht weiter zu erhöhen. In der Literatur wird an mehreren Stellen auf diese Möglichkeit verwiesen, sodass auf diese Vereinfachung zurückgegriffen werden kann. Ebenso kann Gleichung 38 zur Berechnung von $\dot{\beta}$ durch einsetzen von Gleichung 42 umgestellt werden zu:

$$\dot{\psi} = \frac{\sum_{i=1}^4 F_{X,i} \cdot \sin(\delta_i - \beta) + \sum_{i=1}^4 F_{Y,i} \cdot \cos(\delta_i - \beta)}{m \cdot v} \quad (\text{Gl. 45})$$

Somit ist die Berechnung von $\dot{\psi}$ möglich. Auf die Bestimmung von $\dot{\psi}$ durch Integration von $\ddot{\psi}$ kann hier nicht zurückgegriffen werden, da im Zuge dieser Simulation, wie eingangs beschrieben, lediglich einzelne Zustände berechnet werden und keine zusammenhängenden Fahrmanöver. Dadurch ergibt sich die Notwendigkeit der Berechnung von $\dot{\psi}$ durch

Gleichung 45. Weiterhin kann die Formel für a_y wie folgt vereinfacht werden:

$$a_y = \ddot{y} = v \cdot (\dot{\psi} + \overbrace{\dot{\beta}}^{=0}) = v \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Gl. 46})$$

Mit Hilfe der dargestellten Gleichungen wird das dynamische Fahrzeugverhalten für die

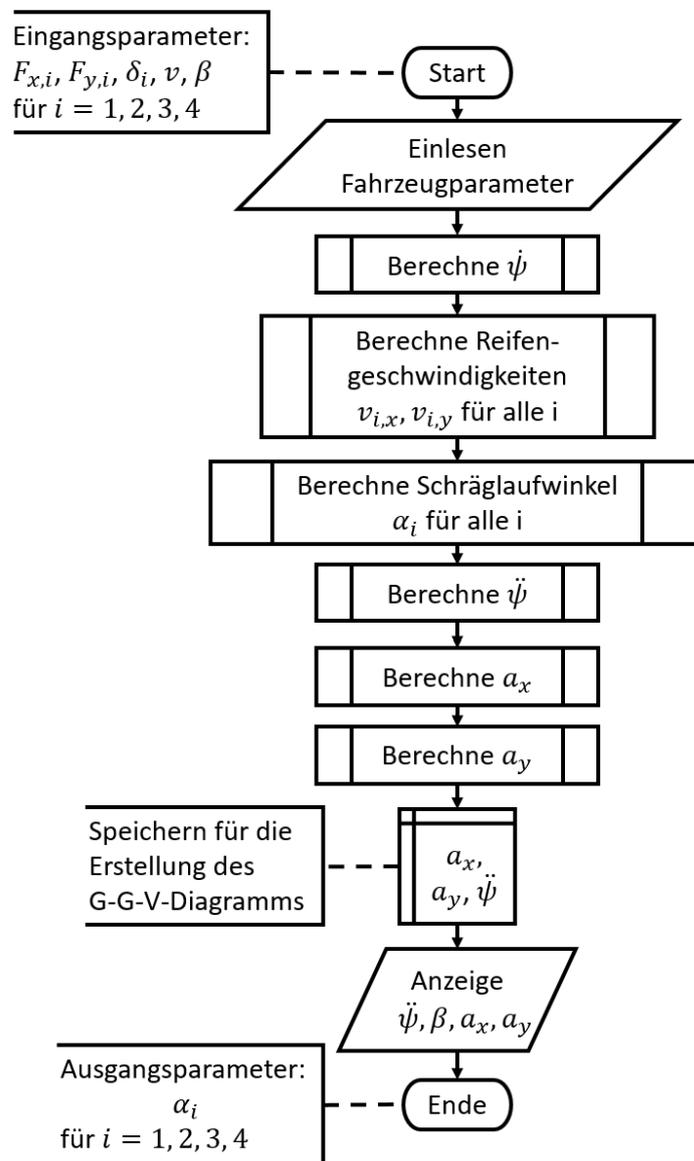


Abbildung 23: Ablaufplan des Zweispurmodell

Querdynamik im Zweispurmodell beschrieben. Die Vorgehensweise des entsprechenden Moduls ist in Abbildung 23 schematisch dargestellt, für das vollständige Simulinkmodell sei auf Anhang E verwiesen. Als Eingangsgrößen für die Berechnung dienen die Reifenkräfte $F_{x,i}$ bzw. $F_{y,i}$ der vier einzelnen Reifen, sowie deren Lenkwinkel δ_i , die Fahrzeuggeschwindigkeit v , der Schwimmwinkel β und die geometrischen Eigenschaften des Fahrzeugs. So kann zunächst die Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ nach Gleichung 45 berechnet und daraus die Geschwindigkeitskomponenten der Reifen $v_{x,i}$ und $v_{y,i}$ bestimmt werden (siehe Gleichungen 33 bis 37). Hiermit werden die gesuchten Schräglaufwinkel α_i hergeleitet, welche am Ende als Ausgangsgrößen an das Reifenmodell zur Berechnung der Reifenkräfte weitergegeben werden. Die Größen $\ddot{\psi}$, a_x und a_y werden ebenfalls berechnet und für jeden Zeitschritt gespeichert. Hierbei handelt es sich um die für die Darstellung des G-G-V Diagramms benötigten Größen (für die Auswertung siehe Kapitel 7). Zuletzt werden die berechneten Größen dem Nutzer zur Analyse der laufenden Simulation angezeigt.

Es ist ersichtlich, dass durch den gewählten Aufbau eine algebraische Schleife (siehe Kapitel 3) entstanden ist. Die Reifenkräfte $F_{x,i}$ und $F_{y,i}$ sind abhängig von den Schräglaufwinkeln α_i . Diese werden nach Gleichungen 31 bis 37 jedoch aus der Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ berechnet, die ihrerseits nach Gleichung 45 wieder von den Reifenkräften abhängt (siehe Abbildung 24). Die algebraische Schleife ließe sich mit Hilfe von Umformung der

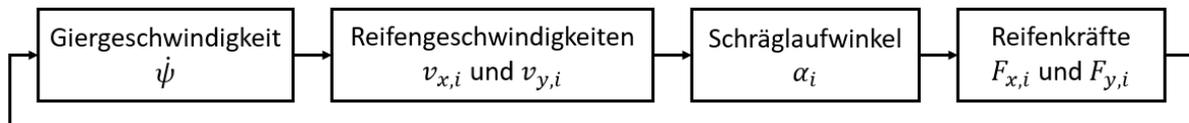


Abbildung 24: Vereinfachte Darstellung der algebraischen Schleife des Simulationsmodells

Gleichungen aus dem Zweispur- und Reifenmodell mathematisch lösen. Dies hätte jedoch zur Folge, dass die beiden Module nicht mehr getrennt betrachtet werden können. Bei Verwendung eines anderen Reifenmodells wäre somit die Herleitung der sich neu ergebenden Gleichungen notwendig.

Um die Modularität des im Zuge dieser Arbeit erstellten Simulationsmodells zu erhalten, und so die Austausch- und Erweiterbarkeit zu gewährleisten, wurde die algebraische Schleife daher, im Gegensatz zu dem in Kapitel 3 dargestellten Beispiel, nicht mathe-

matisch aufgelöst. Stattdessen wurde im Simulink Modell ein sogenannter *Delay-Block* eingefügt. Dieser verzögert die berechnete Größe $\dot{\psi}$ um einen Zeitschritt. Dies hat zur Folge, dass die Berechnung der Reifenschläglaufwinkel α_i und entsprechend der Reifenkräfte $F_{x,i}$ und $F_{y,i}$ mit Hilfe der Giergeschwindigkeit des letzten Zeitschritts ausgeführt wird. Durch die geringe Schrittweite bei der Variation des Lenkwinkels führt dies nur zu geringen Fehlern. Die Auswirkungen dieser Lösung auf die Genauigkeit der Ergebnisse werden in Kapitel 7 dargestellt und bewertet. Es ergibt sich folgender mathematischer Zusammenhang für die Reifenkraft F :

$$F_i = f(s_{x,i}, s_{y,i}, F_{z,i}) \quad (\text{Gl. 47})$$

mit

$$s_{y,i} = f(\dot{\psi}_{t-1}, \delta_i, \beta) \quad (\text{Gl. 48})$$

Wobei $\dot{\psi}_{t-1}$ die Giergeschwindigkeit des vorherigen Berechnungsschritts darstellt. Hierbei ist die Definition eines Anfangswertes für den Zeitpunkt $t = 0$ notwendig. Dieser wird wie folgt definiert:

$$\dot{\psi}_{t-1} = 0 \quad \text{für } t = 0 \quad (\text{Gl. 49})$$

Mit dieser Vereinfachung zur Lösung der algebraischen Schleife ist die Berechnung der Größen der Querdynamik möglich. Aufgrund der Betrachtung einzelner Fahrzustände ergeben sich nach den obigen Gleichungen folgende frei wählbare Variablen:

- Geschwindigkeit v
- Schwimmwinkel β
- Lenkwinkel δ_i
- Längsschlupf $s_{x,i}$

Obwohl kein Modul zur Berechnung der Vertikaldynamik erstellt wurde, werden die Normalkräfte $F_{Z,i}$ auf die Reifen nicht als frei wählbar angenommen, da sie von der Masse des Fahrzeugs und der Gewichtsverteilung abhängig sind. Für die Simulation wurde davon ausgegangen, dass sich die Position des Schwerpunkts während der Fahrmanöver

nicht ändert. Es kann somit mit einer konstanten Gewichtsverteilung auf die vier Räder gerechnet werden. Der Schwerpunkt des Fahrzeugs wird als mittig angenommen, sodass sich für die Reifenkräfte folgende Gleichung ergibt:

$$F_{Z,i} = \frac{m \cdot g}{4} \quad (\text{Gl. 50})$$

Mit der Gesamtmasse m des Fahrzeugs und der Erdbeschleunigung g .

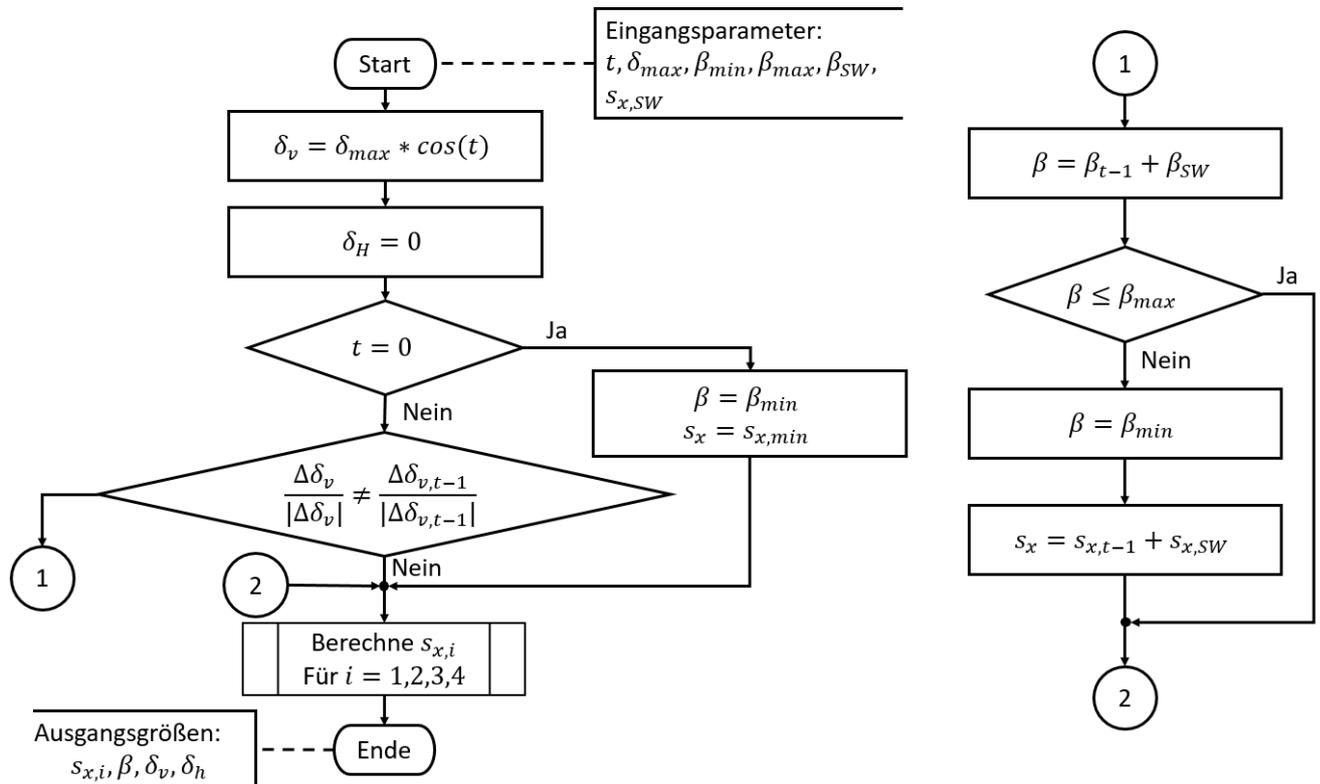
Die Geschwindigkeit v wird der Simulation als Übergabeparameter übergeben, sodass bei Durchführung eines Simulationslaufes die Größen eines G-G-Diagramms beschrieben werden können. Zur Erstellung des G-G-V Diagramms sind entsprechend mehrere Durchläufe mit verschiedenen Geschwindigkeiten notwendig. Die übrigen Variationsgrößen β , δ_i und $s_{x,i}$ werden während des Simulationsdurchlaufs permanent verändert, um verschiedene Fahrzustände zu berechnen.

6.2 Steuerungsmodul

Zur Veränderung der frei wählbaren Simulationsvariablen wurde das Steuerungsmodell erzeugt. Ziel ist es, anhand vorgegebener Grenzen und Schrittweiten die Variablen so zu verändern, dass eine entsprechend große Anzahl von Fahrzuständen betrachtet und analysiert werden kann. Variiert werden die folgenden Größen:

- Lenkwinkel δ_i
- Schwimmwinkel β
- Längsschlupf $s_{x,i}$

Der Programmablauf wird anhand des Ablaufplans in Abbildung 25 erläutert. Das entsprechende Simulinkmodul befindet sich in Anhang D. Zunächst werden die Lenkwinkel für die Vorder- und Hinterachse bestimmt. Der Lenkwinkel der Vorderachse δ_V wird innerhalb des Programms permanent zwischen einem maximalen Lenkeinschlag nach rechts und links variiert. Dieser wird bei der Programminitialisierung zum Zeitpunkt $t = 0$ als Simulationsparameter eingelesen (siehe Abbildung 22). Die Variation des Winkels wird anhand eines Kosinus-Signals vorgenommen. Dies hat zur Folge, dass der Lenkwinkel wie gewünscht permanent zwischen den beiden Extremwerten verändert wird.



Physikalisch entspricht dies einem vollen Lenkeinschlag nach links mit anschließendem, langsamen nach rechts lenken, bis der volle Lenkeinschlag auf der rechten Seite erreicht wird. Aufgrund der Charakteristik der Kosinus-Funktion wird anschließend wieder nach links gelenkt, sodass ein permanenter Wechsel des Lenkwinkels und damit der Fahrzustände geschieht. Die beiden Lenkwinkel für die Vorderräder werden zusammengefasst, sodass vereinfacht davon ausgegangen wird, dass beide Räder denselben Lenkeinschlag erfahren. In der Realität würde es leichte Abweichungen zwischen dem kurveninneren und -äußeren Rad geben, die durch die Lenkgeometrie Zustände kommen. Zur Vereinfachung wird im Zuge dieser Arbeit jedoch ein gemeinsamer Lenkwinkel δ_V an beiden Vorderrädern betrachtet. Eine Hinterradlenkung wird nicht betrachtet, sodass der zusammengefasste Lenkwinkel δ_H an den Hinterrädern als Null angenommen wird. Dieser Winkel wurde aufgrund der Erweiterbarkeit des Moduls jedoch trotzdem mit in das Steuerungsmodell aufgenommen.

Der Lenkwinkel stellt die erste Variationsgröße dar. Sobald er alle möglichen Zustän-

de, also einen vollen Lenkeinschlag von $+\delta_{max}$ bis $-\delta_{max}$ bzw. umgekehrt, durchlaufen hat soll die nächste Größe verändert werden. Hierbei handelt es sich um den Schwimmwinkel β . Somit werden zunächst alle Kombinationen von Lenk- und Schwimmwinkel für einen gegebenen Längsschlupf s_x bestimmt. Dies entspricht allen querdynamischen Zuständen während des aktuell betrachteten Längsschlupfs. Wurden diese Zustände berechnet wird der Längsschlupf erhöht und für den neuen Wert durch Variation des Lenk- und Schwimmwinkels ebenfalls die entsprechenden Zustände bestimmt. Es ergibt sich folgende Vorgehensweise:

1. Variation des Lenkwinkels
2. Erhöhung des Schwimmwinkel, nachdem alle Lenkwinkel durchlaufen sind
3. Erhöhung des Längsschlupfs, nachdem alle Kombination von Lenk- und Schwimmwinkel berechnet wurden

Zu Beginn der Simulation (Zeitpunkt $t = 0$) müssen Anfangswerte für β und s_x definiert werden. Diese werden beim Start der Simulation als Parameter eingelesen (siehe Abbildung 22) und entsprechen den Größen β_{min} und $s_{x,min}$. Ebenso werden die Endwerte β_{max} und $s_{x,max}$ sowie die Schrittweiten β_{SW} und $s_{x,SW}$ ausgelesen. Es wird somit durch die Übergabeparameter festgelegt, zwischen welchen Werten die variierten Größen während der Simulation betrachtet werden und wie groß ihre Variation ist. Entsprechend lassen sich durch die Wahl einer kleinen Schrittweite mehr Zustände berechnet und so die Genauigkeit im Grenzbereich für das G-G-V Diagramm erhöhen (siehe 7). Zu beachten ist, dass sich durch die höhere Anzahl der Rechenschritte auch die Simulationszeit entsprechend erhöht.

Um nun den Zeitpunkt zu bestimmen, zu dem β um die entsprechende Schrittweite β_{SW} erhöht wird müssen die Punkte erkannt werden, zu denen der Lenkwinkel einen vollständigen rechts-links-Einschlag vollzogen hat. Bei diesen handelt es sich um die Extrempunkte der Kosinus-Funktion, mit Ausnahme des ersten Wertes zum Zeitpunkt $t = 0$. In Abbildung 26 sind beispielhaft zwei dieser Punkte rot markiert worden. Nun könnte mit Hilfe konventioneller Extremwertberechnung folgender Ansatz gewählt wer-

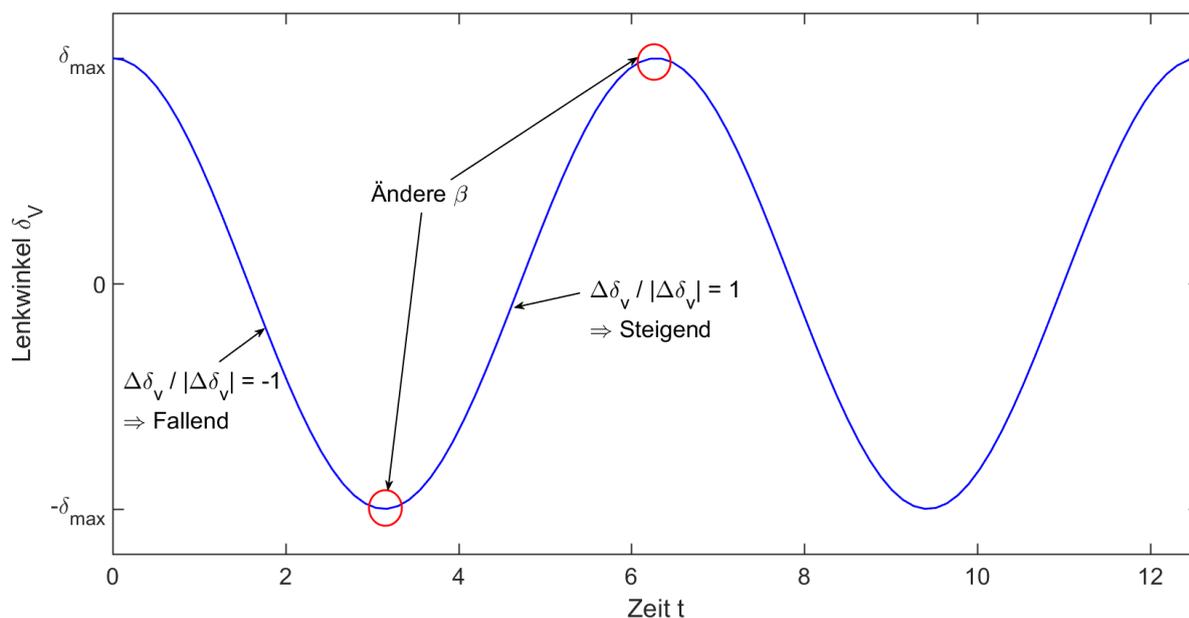


Abbildung 26: Variation des Lenkwinkels

den:

$$\dot{\delta}(t^*) \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{Gl. 51})$$

$$\ddot{\delta}(t^*) \neq 0 \quad (\text{Gl. 52})$$

Für jeden aktuellen Zeitschritt t^* könnte mit dieser Bedingung überprüft werden, ob der Grenzwert erreicht wurde und somit β erhöht werden muss. Dies setzt jedoch voraus, dass exakt dieser Zeitpunkt berechnet wird. Durch die Diskretisierung, die Simulink trifft, werden jedoch nur einzelne diskrete Zeitpunkte berechnet und die Werte dazwischen entsprechend interpoliert. Dies hat zur Folge, dass die Bedingung gegebenenfalls nicht erfüllt wird, obwohl der Lenkwinkel den entsprechenden Extrempunkt bereits passiert hat, da der berechnete Wert nicht exakt Null entspricht. Um dieses Problem zu lösen wird ein Vorzeichenwechselkriterium auf die Änderung der Funktion angewendet.

$$\frac{\Delta\delta_V}{|\Delta\delta_V|} = \begin{cases} -1 & \text{für eine fallende Funktion} \\ 1 & \text{für eine steigende Funktion} \end{cases} \quad (\text{Gl. 53})$$

Betrachtet wird hierbei die Änderung des Lenkwinkels δ_V im Vergleich zum vorherigen Wert. Durch diese Betrachtung tritt der Extremfall, dass die Ableitung an der betrachteten Stelle den Wert Null entspricht nicht auf, sodass die Gleichung lösbar bleibt. Mittels Division der Änderung des Lenkwinkels durch den Betrag dieser Änderung kann allein das Vorzeichen durch die Werte -1 und 1 betrachtet werden. Hat der Lenkwinkel nun alle Werte zwischen $-\delta_{max}$ und δ_{max} durchlaufen, so ändert sich das Vorzeichen der Steigung und damit der Wert von Gleichung 53 (siehe Abbildung 26). Deshalb wird die Änderung des aktuellen mit der des vorherigen Zeitschritts verglichen. Sofern die berechneten Werte nach Gleichung 53 nicht übereinstimmen wurde der Extrempunkt durchschritten und es muss damit zur Erhöhung von β kommen. Mathematisch ausgedrückt entspricht dies folgendem Zusammenhang als Bedingung für die Änderung des Schwimmwinkels (siehe Abbildung 25):

$$\frac{\Delta\delta_V}{|\Delta\delta_V|} \neq \frac{\Delta\delta_{V,t-1}}{|\Delta\delta_{V,t-1}|} \quad (\text{Gl. 54})$$

Mit der aktuellen Veränderung des Lenkwinkels $\Delta\delta_V$ und der Änderung $\Delta\delta_{V,t-1}$ während des vorherigen Berechnungsschrittes. Trifft diese Bedingung zu, so wird nach dem Programmablaufplan in Abbildung 25 der Schwimmwinkel β um die Schrittweite β_{SW} erhöht. Anschließend wird überprüft, ob der neu berechnete Wert für β größer ist, als der bei Simulationsstart definierte maximale Schwimmwinkel β_{max} . Wenn dies der Fall ist, so wird β wieder zurück auf seinen Anfangswert β_{min} gesetzt und der Längsschlupf s_x entsprechend der Schrittweite $s_{x,SW}$ erhöht.

Aus dem variierten Längsschlupf s_x werden anschließend die Schlupfwerte der einzelnen Räder in Längsrichtung bestimmt (siehe Abbildung 27). Hierbei wird eine Fallunterscheidung nach positiven (Beschleunigung) und negativen Längsschlupf (Bremsverhalten) eingeführt, da das simulierte Fahrzeug die Charakteristik eines heckangetriebenen Fahrzeugs aufweist, wie sie in der Formula Student verwendet werden, aufweisen soll. Im Bremsfall werden alle Räder gleichmäßig verzögert, sodass sich der Längsschlupf gemäß Gleichung 55 an allen vier Rädern einstellt.

$$s_{x,1} = s_{x,2} = s_{x,3} = s_{x,4} = s_x \quad (\text{Gl. 55})$$

Vereinfacht wird der Längsschlupf als gleichgroß über alle Reifen angenommen, da im Zuge dieser Arbeit auf die Modellierung eines Bremssystems mit entsprechender Brems-

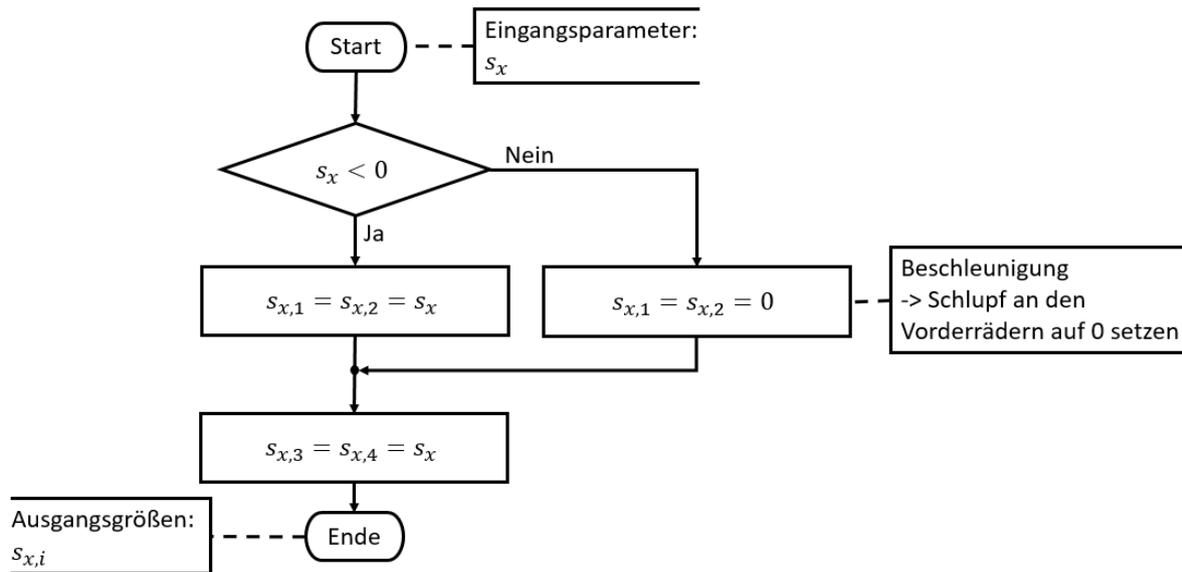


Abbildung 27: Berechnung des Längsschlupfs der einzelnen Räder

balance sowie gegebenenfalls wirkenden Stabilisierungsprogrammen (Elektronisches Stabilisierungsprogramm und Antiblockiersystem) verzichtet wurde. Für den Fall positiven Längsschlupfs (Beschleunigungsverhalten) werden entsprechend aufgrund des Heckantriebs nur die Hinterräder mit Schlupfwerten beansprucht. Diese werden ebenfalls vereinfacht als identisch angenommen. Es ergeben sich die in Gleichung 56 dargestellten Werte.

$$s_{x,1} = s_{x,2} = 0 \quad \text{und} \quad s_{x,3} = s_{x,4} = s_x \quad (\text{Gl. 56})$$

Im Anschluss an die Berechnung der einzelnen Längsschlupfwerte anhand der aufgezeigten Fallunterscheidung werden die im Steuerungsmodell bestimmten Größen β , δ_V und δ_H an das Zweispurmodell und $s_{x,1}$ bis $s_{x,4}$ an das Reifenmodell zur weiteren Berechnung des aktuell betrachteten Fahrzustands übergeben.

6.3 Reifenmodul

Zur Bestimmung der aus den Belastungen auf die Reifen entstehenden Kräfte in Längs- und Querrichtung wird im Zuge dieser Arbeit das in Kapitel 4.1.2 beschriebene TMEasy Reifenmodell verwendet. Aus den separat betrachteten Verhalten in Längs- und Querrichtung werden somit Rückschlüsse auf die Gesamtkraft bei kombiniert auftretenden Belastungen geführt. Neben den Einflüssen des Längs- ($s_{x,i}$) und Querschlupfs ($s_{y,i}$) wird ebenso die Auswirkung verschiedener Normalkräfte $F_{z,i}$ auf den jeweiligen Reifen in die Berechnung mit aufgenommen. Dies geschieht durch die Inter- bzw. Extrapolation der charakteristischen Reifenparameter für die Längs- und Querdynamik bei der aktuellen Normalkraft. Da zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit von den verwendeten Reifen von GET racing e.V. keine Prüfstandsdaten vorlagen werden im folgenden Beispieldaten von Rill verwendet, um eine Berechnung zu ermöglichen. Die verwendeten Parameter sind in Tabelle 3 dargestellt.

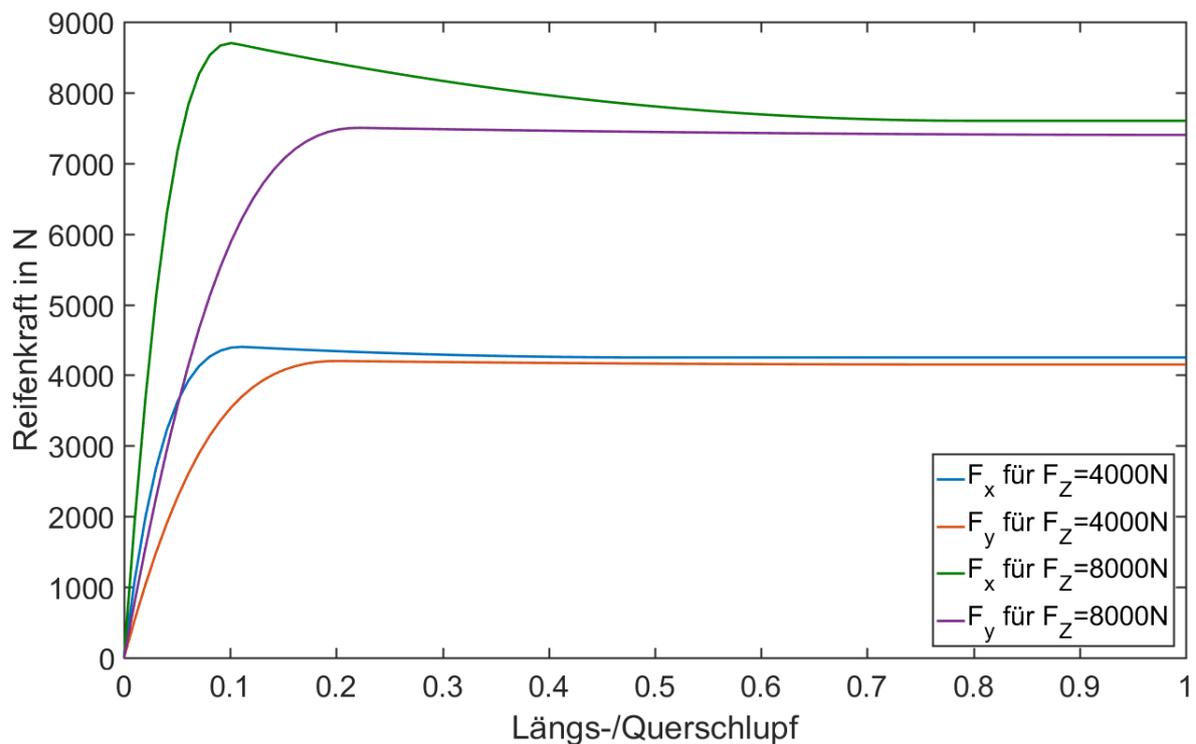


Abbildung 28: Reifenkraftverläufe der gewählten Reifenparameter

$F_z = 4000N$		$F_z = 8000N$					
$dF_x^0 =$	120000 N	$dF_y^0 =$	55000 N	$dF_x^0 =$	200000 N	$dF_y^0 =$	80000 N
$F_x^M =$	4400 N	$F_y^M =$	4200 N	$F_x^M =$	8700 N	$F_y^M =$	7500 N
$F_x^S =$	4250 N	$F_y^S =$	4150 N	$F_x^S =$	7600 N	$F_y^S =$	7400 N
$s_x^M =$	0,1100	$s_y^M =$	0,2000	$s_x^M =$	0,1000	$s_y^M =$	0,2200
$s_x^S =$	0,5000	$s_y^S =$	0,8000	$s_x^S =$	0,8000	$s_y^S =$	1,0000

Tabelle 3: Verwendete Reifenparameter nach Rill [23, S. 84]

Der Verlauf der Reifenkräfte für die gewählten Parameter wurde mit Hilfe der Formeln aus Kapitel 4.1.2 erstellt und ist, aufgeteilt nach Längs- und Querrichtung bzw. X- und Y-Richtung in Abbildung 28 dargestellt. Der in den Grundlagen erläuterte starke Zusammenhang zwischen der vom Reifen übertragbaren Kraft und der auf ihn wirkenden Normalkraft F_Z wird hierbei besonders deutlich. Da dies für die Berechnung nicht vernachlässigt werden kann wurde es in die Berechnungen mit aufgenommen.

Einen weiteren Grund stellt die geforderte Erweiterbarkeit des erstellten Modells dar. Für eine spätere Einbindung der Vertikaldynamik ist eine entsprechende Schnittstelle zur Betrachtung der veränderlichen Normalkraft und deren Verwendung zur Berechnung der Reifenkräfte notwendig. Die Reifenparameter können für beliebige Reifen mit Hilfe von Reifentests ermittelt werden. Hierbei wird der Reifen durch einen Längs- und Querschleifungsbeaufschlagung und die auftretenden Kräfte ermittelt. Durch Analyse der Testdaten können die Parameter bestimmt und im Umkehrschluss die in Abbildung 28 dargestellten Verläufe erzeugt werden. Diese entsprechen somit näherungsweise den ermittelten Kräften aus den Versuchen und bilden somit das Reifenverhalten ab. Die Berechnung der Reifenkräfte wird hierbei für jeden Reifen separat durchgeführt (siehe Abbildung 29). In Anhang F wird aufgrund der Analogie der jeweiligen Berechnungsschritte der entsprechende Ausschnitt des Simulinkmodells zur Berechnung des vorderen linken Reifens abgebildet. Als Eingangsparameter für das Modell dienen die erwähnten Einflussfaktoren der Normalkraft $F_{Z,i}$, des Schräglaufwinkels α_i und des Längsschlupfs $s_{x,i}$ für den jeweils betrachteten Reifen (Index i). Ausgangsgrößen der jeweiligen Reifenberechnung sind die auf ihn wirkenden Kräfte $F_{x,i}$ und $F_{y,i}$. Diese werden am Ende der Berechnung als Ausgangsgröße weitergegeben an das Zweispurmodell, wodurch die in Kapitel 6.1 beschriebene algebraische Schleife entsteht. Die Berechnung der einzelnen Reifenkräfte

geschieht mit Hilfe der Reifenparameter (Tabelle 3) aus den übergebenen Größen F_Z , α und s_x wie in Abbildung 30 dargestellt. Die Inter- bzw. Extrapolation dient hierbei, wie bereits erwähnt, der Betrachtung der aktuellen Normalkraft auf den Reifen. Die Reifenparameter werden entsprechend dieser Kraft angepasst. Wie in Kapitel 4.1.2 erläutert, werden die Parameter dF^0 , F^M und F^S in der jeweiligen Krafrichtung quadratisch, und die Schlupfwerte s^M und s^S linear inter- bzw. extrapoliert. Für die lineare Interpolation nach Newton gilt allgemein:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot (x - x_0) \quad (\text{Gl. 57})$$

und für die quadratischen Interpolation entsprechend

$$y(x) = c_0 + c_1 \cdot (x - x_0) + c_2 \cdot (x - x_0)^2 \quad (\text{Gl. 58})$$

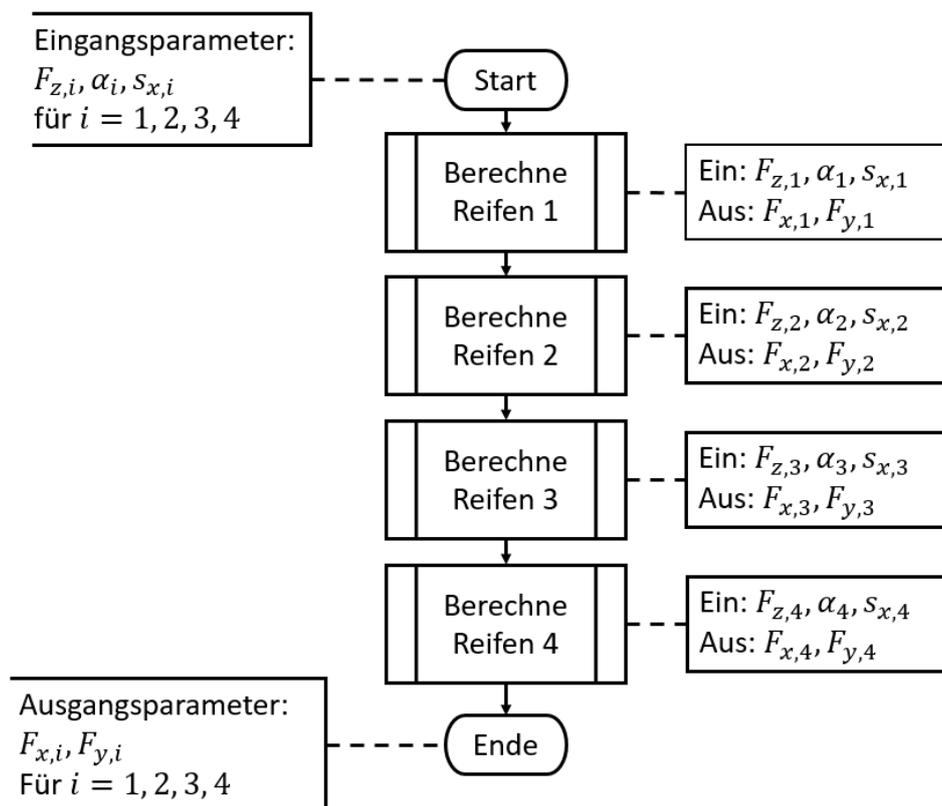


Abbildung 29: Reifenmodell

Die Konstanten b_0 und b_1 können durch die Bedingungen in den Gleichungen 59 und 60 bestimmt werden.

$$y(x_0) = y_0 \quad (\text{Gl. 59})$$

$$y(x_1) = y_1 \quad (\text{Gl. 60})$$

Für die quadratische Interpolation werden insgesamt drei Bedingungen benötigt. Es wird davon ausgegangen, dass für $F_Z = 0$ die Reifenkräfte konstant gleich Null sind, da ohne wirkende Normalkraft keine Kräfte von den Reifen durch Reibung und Haftung übertragen werden können. Es ergeben sich für die Bestimmung der Konstanten c_0 bis

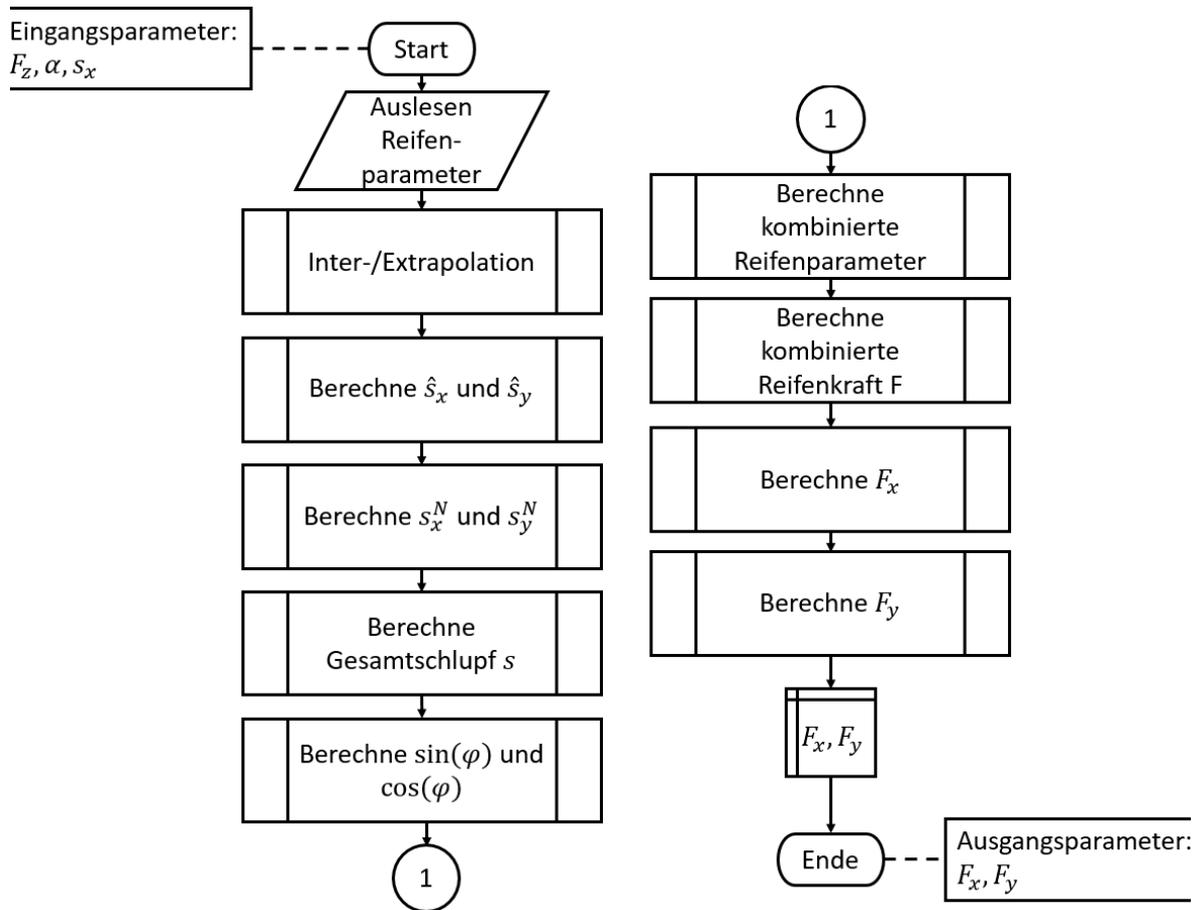


Abbildung 30: Reifenberechnung

c_2 die folgende Bedingungen:

$$y(0) = 0 \quad (\text{Gl. 61})$$

$$y(x_1) = y_1 \quad (\text{Gl. 62})$$

$$y(x_2) = y_2 \quad (\text{Gl. 63})$$

Mit Hilfe der Bedingungen aus den Gleichungen 59 bis 63 ergeben sich für die Interpolation folgende Gleichungen:

$$Y(X) = Y_0 + \frac{Y_1 - Y_0}{X_1 - X_0} \cdot (X - X_0) \quad \text{Lin. Interpolation} \quad (\text{Gl. 64})$$

$$Y(X) = \frac{X}{X_1} \cdot \left[Y_1 + \frac{X_1 \cdot Y_2 - X_2 \cdot Y_1}{(X_2 - X_1) \cdot X_2} \cdot (X - X_1) \right] \quad \text{Quad. Interpolation} \quad (\text{Gl. 65})$$

Mit der Variable X für die aktuell wirkende Normalkraft F_Z und Y für die zu interpolierende Größe. Die Interpolation anhand der dargestellten Gleichungen 64 und 65 wird im ersten Schritt der Reifenberechnung (vgl. Abbildung 30) zur Anpassung der Reifenparameter auf den aktuellen Belastungsfall angewendet. Anschließend werden die Hilfsgrößen \hat{s}_x , \hat{s}_y , s_x^N und s_y^N nach Gleichungen 16 bis 19 (siehe Kapitel 4.1.2) aus den angepassten Reifenparametern und den wirkenden Schlupfwerten in X- und Y-Richtung bestimmt. Mit Hilfe dieser Größen kann der Gesamtschlupf s (Gleichung 15) im nächsten Berechnungsschritt ausgegeben werden und damit anschließend die Werte für $\sin(\varphi)$ und $\cos(\varphi)$ (Gleichung 25) für die Kraftzerlegung berechnet werden.

Die für die Berechnung der kombinierten Gesamtkraft F benötigten kombinierten Reifenparameter werden aus den zuvor bestimmten Größen nach den Gleichungen 20 bis 24 errechnet. Der Ablauf des Moduls für die entsprechenden Berechnung ist schematisch in Abbildung 31 dargestellt. Aus den kombinierten Parametern können im Anschluss die insgesamt auf den jeweiligen Reifen wirkenden Kräfte bestimmt werden. Das Vorgehen ist in dem Programmablaufplan in Abbildung 32 dargestellt. Das Modell setzt hierbei die Berechnung der Gesamtkraft nach Gleichung 27 um. Hierzu werden Fallunterscheidungen eingeführt für den Gesamtschlupf s .

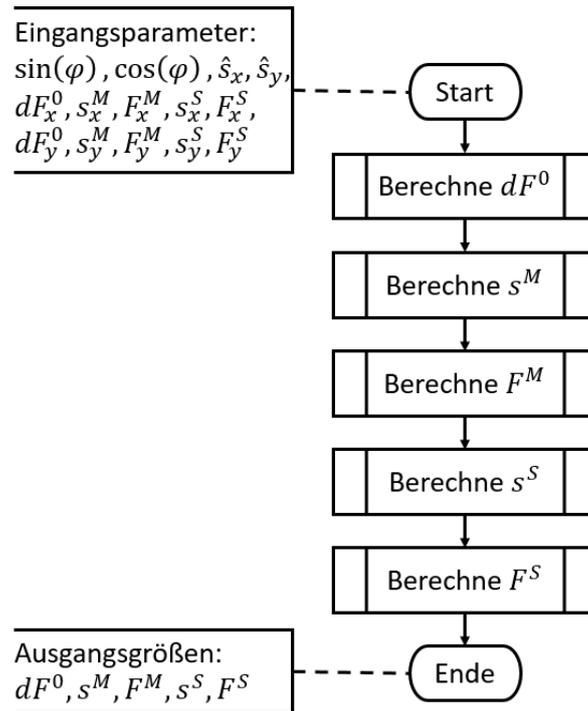


Abbildung 31: Bestimmung der kombinierten Reifenparameter

Nach Gleichung 27 ergeben sich drei Bereiche:

1. $0 \leq s < s^M$
2. $s^M \leq s < s^*$
3. $s^* \leq s < s^S$
4. $s \geq s^S$

Wobei s^* der Punkt ist, ab dem sich die Krümmung des Verlaufs der Kraft ändert (siehe Abbildung 17). Um Berechnungsschritte zu sparen, wird zu Beginn überprüft, ob der Gesamtschlupf kleiner ist, als der Parameter s^M (1. Bedingung). Ist dies der Fall, so kann mit Hilfe der berechneten Reifenparameter direkt die Kraft F bestimmt werden, die Berechnung der Hilfsgrößen s^* , a und b entfällt somit. Wenn dies nicht erfüllt ist, wird anschließend die 4. Bedingung für den letzten Bereich $s \geq s^S$ betrachtet. Sofern sich der Schlupf in diesem Bereich befindet, entspricht die Gesamtkraft der Schlupfkraft F^S . Die Berechnung der übrigen Größen entfällt auch in diesem Fall. Bewegt sich die Größe

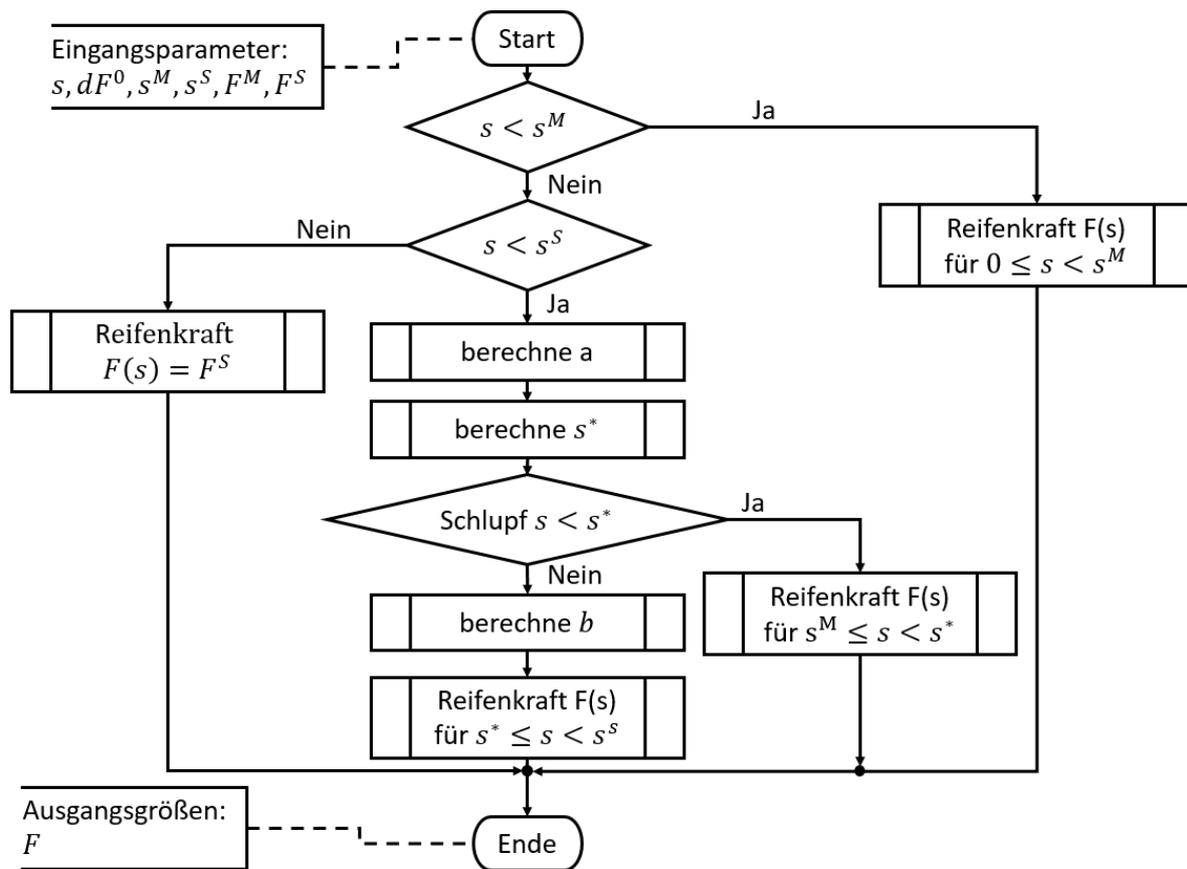


Abbildung 32: Kombinierte Reifenkräfte

des Schlupfs zwischen s^M und s^S (Bedingungen 3 und 4), so müssen im nächsten Schritt die besagten Hilfsgrößen a (Gleichung 28) und s^* (Gleichung 30) bestimmt werden. Bei Erfüllung der 3. Bedingung kann mit Hilfe dieser Größen die Gesamtkraft F bestimmt werden. Andernfalls ist die Berechnung der letzten Hilfsgröße b (Gleichung 30) für die Kalkulation der Kraft notwendig. Die Kraft wird als Ergebnis der kombinierten Reifenkraftberechnung an das Modell zur Reifenberechnung (Abbildung 30) zurückgegeben, sodass dort mit Hilfe von $\sin(\varphi)$ und $\cos(\varphi)$ die Kraftkomponenten F_x und F_y in Längs- und Querrichtung aus der berechneten Gesamtkraft F bestimmt werden. Diese werden gespeichert, sodass sie später als Simulationsergebnis ausgewertet werden können, um beispielsweise die maximal auftretenden Kräfte auf das Fahrwerk während verschiedener Fahrsituationen zu analysieren.

7 Simulationsergebnisse und Bewertung

Das in Kapitel 6 erläuterte Simulationsmodell speichert als Ausgangsgrößen der Simulation die Variablen a_x , a_y , F_x , F_y und $\ddot{\psi}$ mit Hilfe eines Exportier-Blocks in eine Matlab Datei (*.mat-File*). Die berechneten Daten können so im Anschluss an die Simulation weiter ausgewertet werden. Von besonderen Interesse sind hierbei, wie in Kapitel 1.1 erläutert, die stabilen Fahrzustände.

Nach den in Kapitel 6.1 eingeführten Bedingungen wird die Ausgangsgröße $\ddot{\psi}$ daher im folgenden analysiert um so die stabilen Zustände zu bestimmen. Die weitere Bedingung, dass $\dot{\beta}$ dem Wert Null entsprechen soll, wurde bereits zur Vereinfachung der Gleichungen des Zweispurmodells verwendet, sodass alle simulierten Zustände für $\dot{\beta} = 0$ gelten. In Abbildung 33 ist die Vorgehensweise zur Bestimmung der stabilen Zustände schematisch dargestellt. Der zugehörige Matlab-Code befindet sich in Anhang A. Die berechneten Größen der Simulation dienen als Eingangsparameter und liegen als Vektoren vor. Jeder Wert beschreibt hierbei einen Berechnungsschritt. Der aufgeführte Ablaufplan entspricht dem Vorgehen des erstellten Matlab Programms.

Die Verwaltung von Vektoren mit der Software lässt einen direkten Zugriff auf einzelne Elemente zu, vergleichbar mit dem Zugriff auf Elemente eines Arrays in anderen Programmiersprachen. Im Ablaufplan ist dies durch die Schreibweise $x(i)$ mit dem Vektor x und dem Index i des betrachteten Elements angegeben worden (z.B. $\ddot{\psi}(i)$).

Ziel des Programms ist es, durch Interpolation die stabilen Zustände zu bestimmen. Hierzu werden alle Werte von $\ddot{\psi}$ betrachtet und durch ihren jeweiligen Betrag geteilt. Das Ergebnis wird in der Variable a gespeichert. Durch Vergleich dieses Wertes mit dem des vorherigen Berechnungsschritts ($i-1$) kann ein Vorzeichenwechsel detektiert werden. Ist dies der Fall, so durchläuft $\ddot{\psi}$ zwischen den beiden Berechnungsschritten den stabilen Zustand, für den $\ddot{\psi} = 0$ gilt.

Zur Berechnung der Werte der Quer- und Längsbeschleunigung und der auftretenden Kräfte in diesem Zustand werden die Größen a_x , a_y zwischen den beiden Zuständen mit Hilfe der jeweiligen Werte für $\ddot{\psi}$ linear interpoliert. Die berechneten Größen werden in entsprechenden Vektoren mit dem zusätzlichen Index S gespeichert (z.B. $a_{x,S}$). Der Zähler e dient der Bestimmung der Anzahl der berechneten stabilen Zustände und somit als Index für die dynamischen Vektoren der Ausgangsgrößen, welche ihre Länge mit jedem

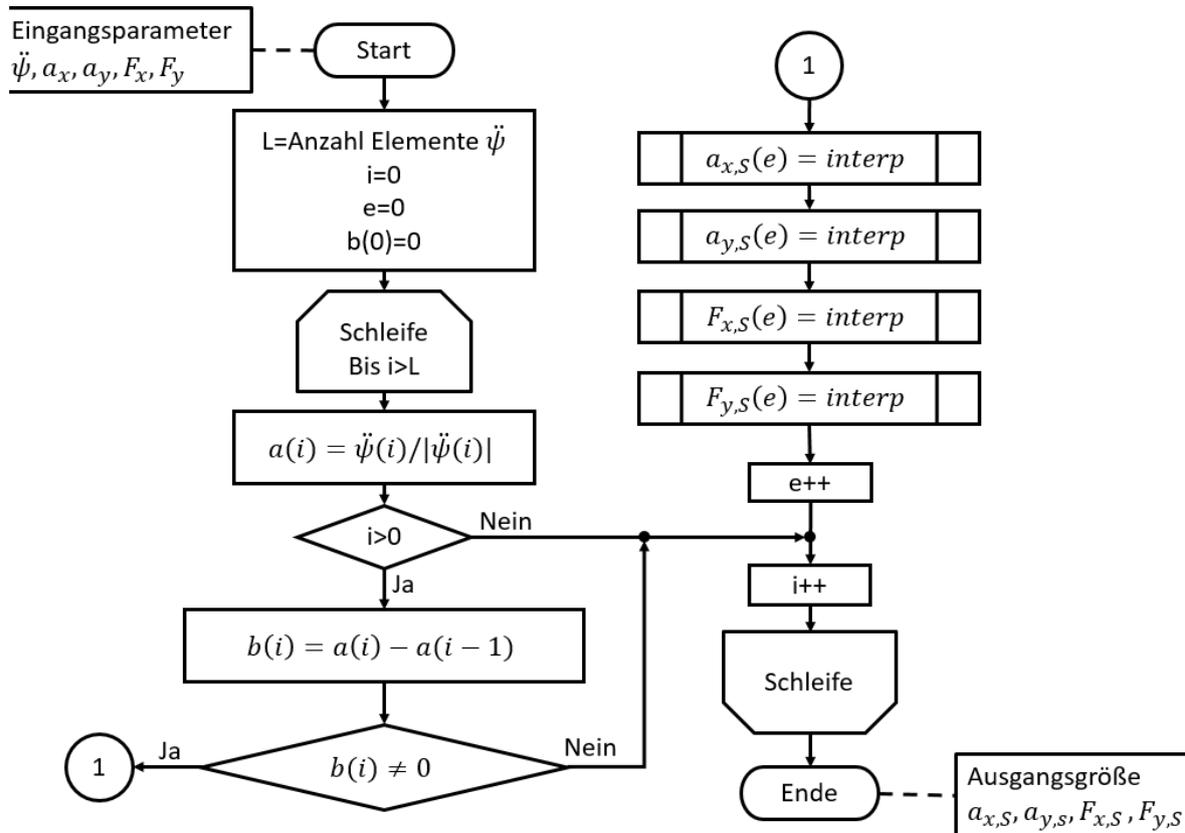


Abbildung 33: Bestimmung der stabilen Fahrzustände

gefundenen Gleichgewichtszustand erhöhen.

Die Berechnung soll anhand der Beispieldaten aus Tabelle 4 verdeutlicht werden. Vom Zeitschritt $i=2$ zu $i=3$ findet ein Vorzeichenwechsel bei der Giergeschwindigkeit $\ddot{\psi}$ statt. Entsprechend wechselt auch die Hilfsvariable a ihr Vorzeichen von positiv auf negativ und b erfüllt für $i=3$ die Bedingung, dass der Wert ungleich 0 ist und somit ein Gleichge-

i	$a_x[m/s^2]$	$a_y[m/s^2]$	$\ddot{\psi}[rad/s^2]$	a	b
1	2,2	0,25	0,02	1	0
2	2,3	0,10	0,01	1	0
3	2,5	0,05	-0,01	-1	2
4	2,6	0,01	-0,02	-1	0

Tabelle 4: Beispieldaten für die Berechnung stabiler Fahrzustände

wichtszustand zwischen dem vorherigen Berechnungsschritt 2 und dem aktuellen Schritt 3 aufgetreten sein muss. Es folgt für die gesuchten Größen $a_{x,S}$ und $a_{y,S}$ durch lineare Interpolation zwischen den beiden Schritten entsprechend:

$$a_{x,S}(1) = 2,400 \text{ m/s}^2 \quad (\text{Gl. 66})$$

$$a_{y,S}(1) = 0,075 \text{ m/s}^2 \quad (\text{Gl. 67})$$

Weitere Stabilitätszustände werden mit dem nächstgrößeren Index eingereicht werden, sodass sich die Vektoren $a_{x,S}$ und $a_{y,S}$ mit allen stabilen Zuständen der durchgeführten Simulation ergeben.

Um die so bestimmten Zustände wird anschließend eine Hüllkurve gelegt, die alle Daten einschließt und den Grenzbereich des Fahrzeugs darstellt. Hierfür wurde die Matlab interne Funktion *convhull* verwendet. Da für die Berechnung des G-G-V Diagramms nur die Grenzbereiche von Bedeutung sind werden in den folgenden Ergebnissen auch lediglich diese dargestellt.

Die auf den Reifen wirkenden Kräfte werden in diesem Zusammenhang nicht auf die stabilen Fahrzustände umgerechnet, da hier auch die berechneten instabilen Zustände mit betrachtet werden sollen. Bei einer Abschätzung der maximal auftretenden Kräfte zur Auslegung der Festigkeit des Fahrwerks soll sichergestellt sein, dass dieses auch in entsprechend unkontrollierten Fahrsituationen, wie sie beispielsweise durch Fahrfehler auftreten, den Belastungen stand hält. Aus diesem Grund wäre eine reine Betrachtung der stabilen Fahrzustände nicht zielführend.

Zur Darstellung der Ergebnisse und Vergleich verschiedener Schrittweiten der Steuerungsgrößen wurden vier Testsimulationen durchgeführt. Die Fahrzeugparameter sind bei allen Simulationen konstant gehalten und entsprechen den in Tabelle 5 abgebildeten Werten. Diese sind aus dem Datenblatt des Rennwagens von GET racing aus dem Jahr 2016 (FS2016) entnommen worden, welches sich in Anhang B befindet. Die Schwerpunktvor- und rücklage wurde jedoch angepasst, um die Vereinfachung eines zentralen Schwerpunkts mit gleichmäßigen Radlasten, wie sie in Kapitel 6.1 getroffen wurde, zu realisieren.

Als Reifenparameter sind die in Kapitel 6.3 vorgestellten Werte von Rill verwendet worden (siehe Tabelle 3). Die Simulationsparameter entsprechen denen aus Tabelle

Fahrzeugparameter	Symbol	Wert
Masse	m	230 kg
Länge	l	2,783 m
Breite	b	1,364 m
Schwerpunktvorlage	l_H	0,800 m
Schwerpunktrücklage	l_V	0,800 m
Spurweite vorne	s_V	1,200 m
Spurweite hinten	s_H	1,277 m

Tabelle 5: Verwendete Fahrzeugparameter für die Testsimulationen

6. Bei der ersten Simulation wurde ein geringer Bereich für β und α mit großen Schrittweiten gewählt um die Anzahl der Berechnungsschritte gering zu halten. Dieser wurde in der zweiten Simulation vergrößert, sodass mehr Zustände zu betrachtet werden. Anschließend wurde ebenfalls die Schrittweite verringert, und so eine höhere Auflösung generiert. Zuletzt wurde eine Simulation mit den selben Parametern wie bei der ersten durchgeführt. Hier wurde der zur Lösung der in Kapitel 6.1 beschriebenen algebraischen Schleife (siehe Abbildung 24) eingeführte *Delay*-Block entfernt, sodass Simulink bei jedem Zeitschritt versucht eine Lösung durch iterative Berechnung mit konvergierenden Ergebnissen zu bestimmen.

Die entstandenen G-G Diagramme sind in Abbildung 34 zusammengefasst. Die folgenden Abbildungen 35 und 36 stellen Ausschnitte des gesamten Diagramms dar, mit denen die Abweichung der einzelnen Berechnungen verdeutlicht werden soll. Da im Zuge dieser Arbeit die Einflüsse der Aerodynamik nicht mit betrachtet wurden, entstehen für verschiedene Geschwindigkeiten entsprechend die gleichen G-G Diagramme, weil sich die Normallast der Reifen nicht verändert. Auf die Darstellung von G-G-V Diagrammen

Simulation	v	β_{Start}	β_{Ende}	β_{SW}	α_{Start}	α_{Ende}	α_{SW}	δ_{max}
1	$10 \frac{m}{s}$	-10°	10°	0,2	-0,5	0,5	0,02	50°
2	$10 \frac{m}{s}$	-20°	20°	0,2	-1	1	0,02	50°
3	$10 \frac{m}{s}$	-20°	20°	0,1	-1	1	0,01	50°
4	$10 \frac{m}{s}$	-10°	10°	0,2	-0,5	0,5	0,02	50°

Tabelle 6: Verwendete Simulationsparameter

wurde aus entsprechenden Gründen verzichtet, da sie identisch mit den dargestellten G-G Diagrammen wären.

Aus Abbildung 34 wird deutlich, dass die Ergebnisse der letzten Simulation keine vollständige Hüllkurve bilden wie bei den anderen Simulationen. Dies liegt daran, dass an dieser Stelle die Simulation abgebrochen ist, da die iterativ von Simulink bestimmten Ergebnisse nicht weiter konvergierten.

Der Verlauf der entstandenen Kurven entspricht dem, was physikalisch zu erwarten ist. Die maximale Beschleunigung in Querrichtung entspricht in etwa der, die auch in Längsrichtung gestellt werden kann. Bei Betrachtung der gewählten Reifenparameter F_x^M und F_y^M (Tabelle 3) für die maximal mögliche Kraft in Längs- und Querrichtung fällt auf, dass diese sich kaum unterscheiden. Dies hat zur Folge, dass sich der gewählte Reifen in Längs- und Querrichtung näherungsweise identisch Verhält, was auch den in der Abbildung dargestellten Ergebnissen entspricht.

Weiterhin ist der Betrag der maximal in positive Längsrichtung übertragbaren Beschleunigung etwa halb so groß wie der in die negative Fahrzeugrichtung. Da es sich bei dem simulierten Fahrzeug um ein Modell mit Heckantrieb handeln können entsprechend bei Beschleunigungsmanövern nur die Hinterräder Kraft auf die Straße übertragen (siehe Kapitel 6.3). Bei Bremsmanövern hingegen werden alle vier Räder verzögert, sodass erwartungsgemäß eine doppelt so hohe Verzögerung durch die zweimal größere

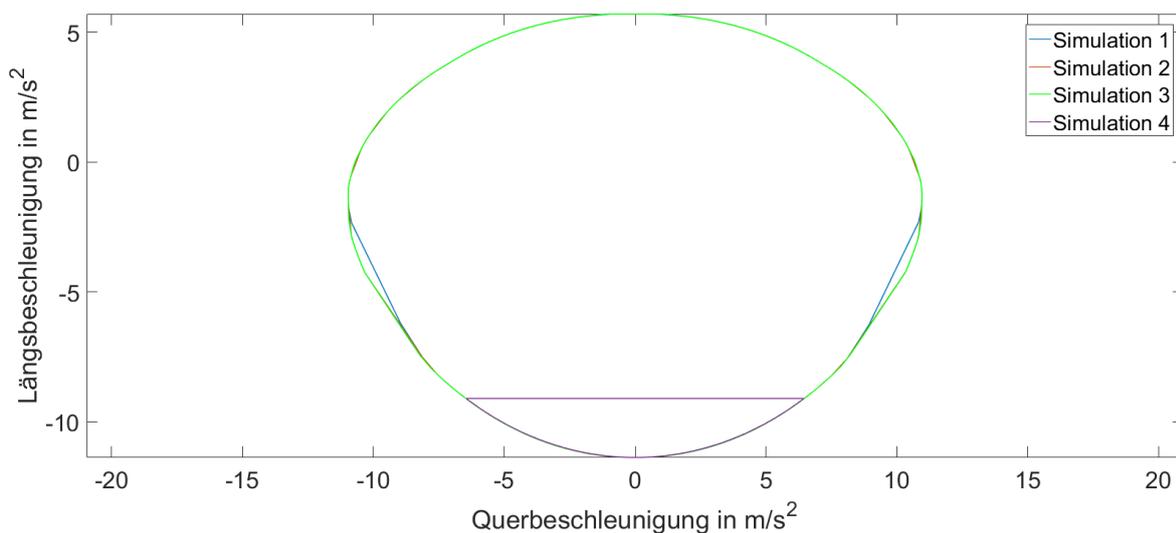


Abbildung 34: Vergleich der Simulationsergebnisse

Kraft erzielt wird. Die maximal mögliche Beschleunigung in Längsrichtung tritt auf, wenn keine Querbewegung wirkt und die maximale Querbewegung, wenn das Fahrzeug keine Längsbewegung erfährt.

Die geringe Abweichung zur Nulllinie bei der maximalen Querbewegung wird auf die Diskretisierung der Steuerungsgrößen zurückgeführt. Das aus den Simulationsergebnissen berechnete G-G Diagramm erscheint daher als physikalisch sinnvoll zur Beschreibung des simulierten Fahrzeugverhaltens.

Bei Vergleich der einzelnen Simulationsergebnisse in den Abbildungen 34 bis 36 wird ersichtlich, dass diese bis auf die Werte der ersten Simulation nah beieinander liegen. Die Abweichung bei der ersten Berechnung wird auf den entsprechend kleineren Bereich für den Schwimmwinkel β zurückgeführt. Bei Betrachtung der vergrößerten Darstellung in Abbildung 35 wird deutlich, dass sich die Ergebnisse der ersten Simulation für bestimmte Größenwerte denen der zweiten Simulation mit wesentlich größeren Wertebereich anpassen. Es liegt Nahe, dass sich für diesen Bereich die maximal möglichen Gleichgewichtszustände innerhalb des gewählten Schwimmwinkelbereichs von -10° bis $+10^\circ$ befinden, weshalb die Kurven in diesem Bereich den selben Verlauf aufweisen (siehe Abbildung 36).

Weiterhin wird deutlich, dass mit kleiner werdender Schrittweite die Ergebnisse besser präzisiert werden können, da wesentlich mehr stabile Zustände berechnet werden und

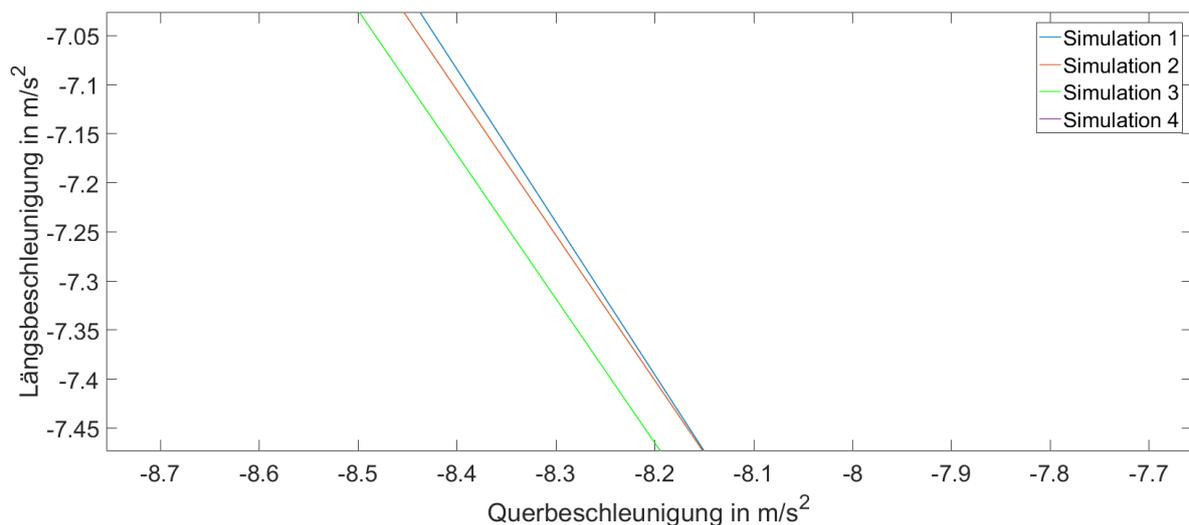


Abbildung 35: Vergrößerter Ausschnitt der Gesamtergebnisse

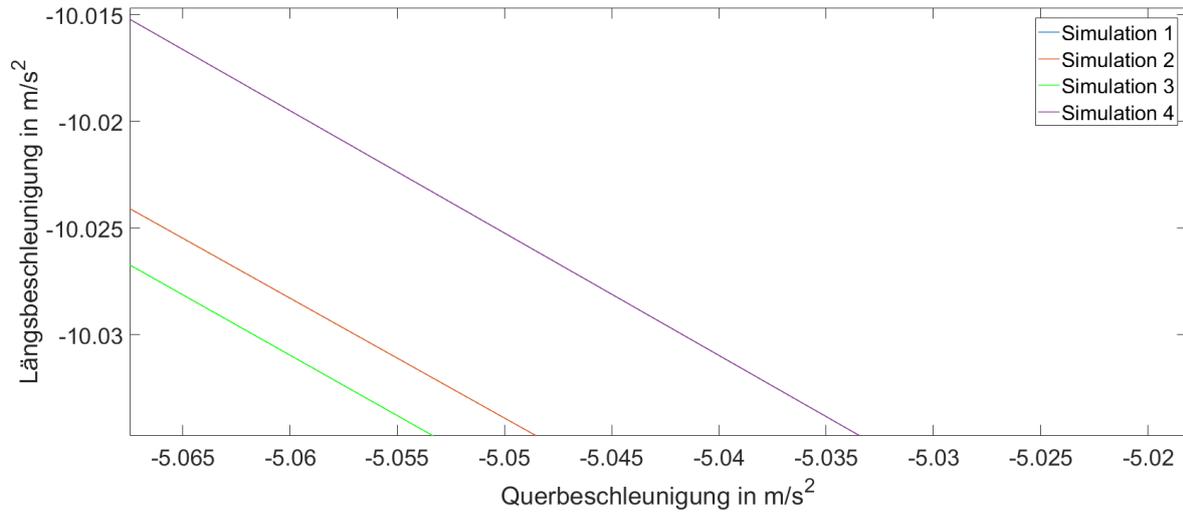


Abbildung 36: Vergleich der Lösungen für die algebraische Schleife

sich somit die Kontur der berechneten Hüllkurve besser ausbilden kann. Vergleicht man die Werte der zweiten und dritten Simulation, die sich nur durch eine kleinere Schrittweite der Steuerungsgrößen unterscheiden, so beträgt der Abstand zwischen diesen weniger als $0,1 m/s^2$.

Um den Einfluss des *Delay*-Blocks auf die Ergebnisse zu untersuchen wird in Abbildung 36 eine vergrößerte Darstellung des entsprechenden Bereichs aus Abbildung 34 gezeigt. Zu beachten ist, dass in diesem Bereich die Ergebnisse der Simulationen 1 und 2 übereinstimmen, weshalb nur eine der beiden Linien sichtbar ist. Der Unterschied der Ergebnisse von Simulationen 1 und 4, die bei sonst gleichen Simulationsparametern ausgeführt wurden, bewegt sich im Bereich von weniger als $0,02 m/s^2$.

8 Zusammenfassung

Mit dem erstellten Simulationsmodell ist es nach den Ergebnissen aus Kapitel 7 möglich, die geforderten Fahrzustände zu berechnen und aus den Simulationsergebnissen die momentanen Gleichgewichtszustände zu ermitteln. Es konnte gezeigt werden, dass es somit möglich ist, ein G-G-V Diagramm zu erstellen, welches zur Bewertung des Fahrzeugs verwendet werden kann.

Die geforderten Punkte der Anforderungsliste in Kapitel 5 konnten vollständig umgesetzt werden. Über die Festforderungen hinaus wurde zusätzlich der Wunsch nach der Umsetzung eines Zweispurmodells erfüllt, um das Simulationsmodell im Zuge zukünftiger Arbeiten besser erweitern zu können. Hierfür wurden die Schnittstellen der Module allgemein gehalten und die benötigten physikalischen Signale werden ausgegeben, sodass die gewünschte Anbindung weiterer Module ohne Veränderung der im Rahmen dieser Arbeit erstellten Simulationsmodule möglich ist.

Die weitere Eigenleistung der vorliegenden Arbeit besteht in der Umsetzung eines funktionsfähigen Simulationsmodells aus den dargestellten Grundlagen. Diese wurde mathematisch miteinander verknüpft, sodass aus den aufgezeigten Gleichungssystemen ein erweiterbares Modell erstellt werden konnte. Es wurden Vereinfachungen für die Betrachtung der momentanen Gleichgewichtszustände eingeführt und ein Modul zur Variation der übrigen Freiheitsgrade entwickelt, mit Hilfe dessen diese von der Software variiert werden.

Durch die Umsetzung der variabel einlesbaren Simulationsparameter ist es weiterhin möglich, die Schrittweite und den Simulationsbereich der einzelnen Größe zu variieren und somit sowohl die Präzision, als auch die Anzahl der benötigten Rechenschritte zu beeinflussen.

Für die Interpretation der erzielten Simulationsergebnisse wurde eine Methode zur Bestimmung der momentanen Stabilitätszustände umgesetzt. Aus diesen konnten die Fahrgrenzen und somit ein G-G Diagramm erstellt werden. Durch die Betrachtung der Ergebnisse verschiedener Geschwindigkeiten ist weiterhin die Erzeugung des geforderten G-G-V Diagramms möglich.

Die in Kapitel 6.1 dargestellte algebraische Schleife, welche aufgrund der geforderten Modularität entstanden ist, konnte im Zuge dieser Arbeit gelöst werden. Durch Vergleich verschiedener Simulationen wurde aufgezeigt, dass die Abweichung zwischen der umgesetzten Lösung und dem iterativ gelösten System nur geringfügig voneinander ab-

weichen und diese daher für den Vergleich verschiedener Fahrzeugkonzepte verwendet werden kann (siehe Kapitel 7).

Bei der Interpretation der Ergebnisse müssen die getroffenen Vereinfachungen mit beachtet werden. Die Vernachlässigung der Vertikaldynamik stellt eine entsprechende Einschränkung dar. Ziel dieser Arbeit war es jedoch, eine Bewertung des Fahrverhaltens mit Hilfe eines G-G-V Diagramms zu ermöglichen, welches durch die simulierten Zustände erstellt werden konnte. Somit konnten die Anforderungen des Formula Student Teams erfüllt und das erstellte Modell zur Abschätzung der Leistungsfähigkeit eines Rennwagens eingesetzt werden. Die vorliegende Arbeit legt damit den Grundstein für ein erweiterbares Simulationsmodell, das aufgrund seines modularen Aufbaus durch folgende Arbeiten physikalisch präzisiert werden kann.

9 Ausblick

Durch den modularen Aufbau des Simulationsmodells ist es möglich, die Ergebnisse durch entsprechende Erweiterung in Zukunft zu präzisieren und den Einfluss zusätzlicher Fahrzeugkomponenten zu betrachten.

Als wesentlichster Bestandteil ist hier an erster Stelle die Erweiterung um ein Modul zur Berechnung der Vertikaldynamik zu nennen. Durch die Betrachtung der Aufbauschwankungen können die veränderlichen Normalkräfte auf die Reifen während einer Kurvenfahrt mit betrachtet werden und so das Verhalten des realen Fahrzeugs wesentlich präziser abgebildet wird. Somit sind bereits erste Vergleiche zwischen den simulierten Ergebnissen und entsprechenden Testfahrten mit dem realen Fahrzeug möglich. Durch die Abbildung der Fahrwerksgeometrie könnte die Veränderung des Sturzes der einzelnen Räder während entsprechender Fahrmanöver mit betrachtet werden, sodass das Reifenmodell in zukünftigen Arbeiten um den entsprechenden Einflussfaktor erweitert werden kann.

Im nächsten Schritt ist es dann möglich, durch die Entwicklung und Einbindung eines Aerodynamikmodells entsprechende Einflüsse auf die Normalkräfte der Reifen zu berücksichtigen.

Die Einführung eines Antriebsstrangmodells für die Längsdynamik ist ebenfalls denkbar. Die maximal mögliche Längskraft kann somit in Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit des Motors, und in Kombination mit dem Aerodynamikmodell, auch in Abhängigkeit des Luftwiderstands berechnet werden. Entsprechende Drehmomentaufteilung zwischen den kurveninneren und -äußeren Rädern kann im Antriebsstrangmodell durch die Modellierung eines Differentialgetriebes betrachtet werden. Weiterhin kann der Einfluss der Übersetzungsverhältnisse des Hauptgetriebes durch die Einführung eines solchen Modells mit untersucht werden und somit Optimierungen am entsprechenden Bauteil vorgenommen werden.

Auf Grundlage eines entsprechend erweiterten Simulationsmodells zur Berechnung der Fahrzustände ist es dann möglich, spezielle Rundenzeitberechnungen mit Hilfe der vorgestellten Quasi-Statistischen Berechnungsmethode durchzuführen. Als Grundlage hierfür gilt, wie in Kapitel 1.1 beschrieben, das mit dem vorliegenden Simulationsmodell erzeugte G-G-V Diagramm.

Literatur

- [1] Adamski, A: Simulation in der Fahrwerkstechnik. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2014
- [2] AVL List GmbH: AVL CRUISE. Besucht am: 20.01.2017, URL: https://www.avl.com/cruise/-/asset_publisher/gYjUpY19vEA8/content/avl-cruise-
- [3] Boßdorf-Zimmer, B.: Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung für Echtzeitanwendung, Braunschweig: Prof. Dr.-Ing. Ferit Küçükay, 2007
- [4] Brayshaw, D.L.; Harrison M.F.: A quasi steady state approach to race car lap simulation in order to understand the effects of racing line and centre of gravity location. Cranfield: Cranfield Univeristy School of Engineering, 2005
- [5] Breuer, S.; Rohrbach-Kerl, A.: Fahrzeudynamik. Wiesbaden: Springer Fachmedian, 2015
- [6] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 66001 - Informationsverarbeitung - Sinnbilder und ihre Anwendung. Berlin: Beuth Verlag, 1983
- [7] Fröhlich, P.: FEM - Anwendungspraxis. Wiesbaden: Springer Fachmedian, 2005
- [8] Formula Student Germany: Formula Student Rules 2017 V1.1. Besucht am: 15.01.2017, URL: https://www.formulastudent.de/uploads/media/FS-Rules_2017_V1.1_01.pdf
- [9] Goy, F.; Völkl, T.; Neubeck, J.: Development of objective criteria to assess the vehicle performance utilized by the driver in near-limit handling conditions of racecars. 16. Internationales Stuttgarter Symposium, 2016, S. 377-395
- [10] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W.A.: Technische Mechanik 3, 13. Auflage. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2015
- [11] Hoffmann, J.: Matlab und Tools. München: Addison-Wesley Verlag, 2002

- [12] IPG Automotive GmbH: CarMaker: Pkw und leichte Nutzfahrzeuge virtuell testen. Besucht am: 20.01.2017, URL: <https://ipg-automotive.com/de/produkte-services/simulation-software/carmaker/>
- [13] Liu, B.J.; Chen, C.; Si, Y.F.: Application Research in Vehicle Steering Stability Based on ADAMS/CAR. Applied Mechanics and Materials, 730.2015, S. 289-292
- [14] Milliken, W. F.; Milliken, D. L.: Race Car Vehicle Dynamics, 10. Auflage. Warrendale: SAE Internat, 1995
- [15] MSC.Software GmbH: Adams/Car - Dynamische Berechnung der Fahrzeugkonstruktion. Besucht am: 20.01.2017, URL: <http://www.mssoftware.com/de/node/654>
- [16] OptimumG: OptimumLap - Vehicle Dynamics and Simulation, Simplified. Besucht am: 20.01.2017, URL: <http://www.optimumg.com/software/optimumlap/>
- [17] OptimumG: OptimumLap Documentation. Besucht am: 20.01.2017, URL: <http://www.optimumg.com/software/optimumlap/optimumlap-documentation/>
- [18] Ostoia, D.; Negoitescu, A.; Mihon, L.; Tokar, A.: Motor and vehicle optimization process modeling by using by using the AVL CRUISE in standard applications. Annals of the Faculty of Engineering Hunedoara 4, 9.2011, S. 83-86
- [19] Pietruszka, W.D.: Matlab[®] und Simulink[®] in der Ingenieurpraxis, 4. Auflage. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2014
- [20] Rabe, M.; Spieckermann, S.; Wenzel, S.: Verifikation und Validierung für die Simulation in Produktion und Logistik. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2008
- [21] Rill, G.; Schäffer, T.: Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation, 2. Auflage. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2014

- [22] Rill, G.: Simulation von Kraftfahrzeugen. Regensburg: Vieweg-Verlag, 2007
- [23] Rill, G.: Road Vehicle Dynamics. Boca Raton: CRC Press, 2002
- [24] Rösner, M.: Entwicklung eines mobilen Human Machine Interfaces zur Steuerung einer automatisierten Parkanlage. Dortmund: Technische Universität Dortmund Fachgebiet Maschinenelemente, 2016
- [25] Schramm, D.; Hiller, M.; Bardini, R.: Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2010
- [26] Siegler, B.: Lap Time Simulation for Racing Car Design. Leeds: University of Leeds, 2002
- [27] Siegler, B.; Deakin, A.; Crolla, D.: Lap Time Simulation: A Comparison of Steady State, Quasi-Static and Transient Racing Car Cornering Strategies. Michigan: SAE Motorsport Engineering Conference & Exposition, 13.-16.10.2000
- [28] Verein Deutscher Ingenieure e.V.: VDI 3633. Berlin: Beuth-Verlag GmbH, 2013
- [29] Völkl, T.: Erweiterte quastatistische Simulation zur Bestimmung des Einflusses transienten Fahrzeugverhaltens auf die Rundenzeit von Kraftfahrzeugen. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2013
- [30] Wallentowitz, H.: Längsdynamik von Kraftfahrzeugen, 14. Auflage. Aachen: ika - Institut für Kraftfahrtwesen, RWTH Aachen, 2008
- [31] Wallentowitz, H.: Vertikal-/Querdynamik von Kraftfahrzeugen, 8. Auflage. Aachen: ika - Institut für Kraftfahrtwesen, RWTH Aachen, 2009

Literatur

- [1] Adamski. *Simulation in der Fahrwerkstechnik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, Seiten 100-105.
- [2] Avl. *AVL CRUISE*. Besucht am 20.01.2017. URL: https://www.avl.com/cruise/-/asset_publisher/gYjUpY19vEA8/content/avl-cruise-.
- [3] Boßdorf-Zimmer. »Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung für die Echtzeitanwendung«. Diss. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2007, Seiten 144-145.
- [4] Brayshaw. *A quasi steady state approach to race car lap simulation in order to understand the effects of racing line and centre of gravity location*. Techn. Ber. School of Engineering, Optical und Automotive Engineering Department, Cranfield University, Cranfield, 2005.
- [5] Breuer. *Fahrzeugdynamik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015, Seiten 7-8, 24.
- [6] Deutsches. *DIN 66001 - Informationsverarbeitung - Sinnbilder und ihre Anwendung*. Beuth Verlag Berlin, 1983.
- [7] Fröhlich. *FEM - Anwendungspraxis*. 1. Auflage, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2005, Seiten 13-23.
- [8] Formula Student Germany. *Formula Student Rules 2017 V1.1*. Besucht am 15.01.2017. URL: https://www.formulastudent.de/uploads/media/FS-Rules_2017_V1.1_01.pdf.
- [9] Goy. *Development of objective criteria to assess the vehicle performance utilized by the driver in near-limit handling conditions of racecars*. Hrsg. Bargende M. Reuss H.-C. Wiedemann J., 2016.
- [10] Gross. *Technische Mechanik 3*. 13. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015, Seiten 125-127.
- [11] Hoffmann. *Matlab und Tools*. 1. Auflage, Addison-Wesley Verlag, 2002, Seiten 174-175.
- [12] IPG. *CarMaker: Pkw und leichte Nutzfahrzeuge virtuell testen*. Besucht am 20.01.2017. URL: <https://ipg-automotive.com/de/produkte-services/simulation-software/carmaker/>.

-
- [13] Liu. »Application Research on Vehicle Steering Stability Based on ADAMS/CAR«. In: *Applied Mechanics and Materials* 730.2015 (2015), S. 289–292.
- [14] Milliken. *Race Car Vehicle Dynamics*. 10. Auflage, SAE Internat, 1995, Seiten 308-309, 345-354.
- [15] Msc. *Adams/Car - Dynamische Berechnung der Fahrzeugkonstruktion*. Besucht am 20.01.2017. URL: <http://www.mssoftware.com/de/node/654>.
- [16] OptimumG. *OptimumLap - Vehicle Dynamics Simulation, Simplified*. Besucht am 20.01.2017. URL: <http://www.optimumg.com/software/optimumlap/>.
- [17] OptimumG. *OptimumLap Documentation*. Besucht am 20.01.2017. URL: <http://www.optimumg.com/software/optimumlap/optimumlap-documentation/>.
- [18] Ostoia. »Motor and vehicle optimization process modeling by using the AVL CRUISE in standard applications«. In: *Annals of the Faculty of Engineering Hunedoara* 4 (9.2011), S. 83–86.
- [19] Pietruszka. *Matlab® und Simulink® in der Ingenieurpraxis*. 4. Auflage, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, Seiten 1-2, 6, 36-40, 167-169.
- [20] Rabe. *Verifikation und Validierung für die Simulation in Produktion und Logistik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [21] Rill. *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation*. 2. Auflage, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, Seiten 1-2, 178-1.
- [22] Rill. *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Vieweg-Verlag Regensburg, 2007, Seiten 2-4.
- [23] Rill. *XRoad Vehicle Dynamics*. CRC Press, 2002, Seiten 44-45, 67-81, 84-91.
- [24] Rösner. *Entwicklung eines mobilen Human Machine Interfaces zur Steuerung einer automatisierten Parkanlage*. 2016.
- [25] Schramm. *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, Seite 186.
- [26] Siegler. »Lap Time Simulation for Racing Car Design«. Diss. University of Leeds, 2002, Seiten 1-2, 17-18, 21-22.

- [27] Siegler. »XLap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi- Static and Transient Racing Car Cornering Strategies«. In: *SAE Motorsport Engineering Conference & Exposition*. 13.-16.10.2000, Michigan.
- [28] VDI. *VDI 3633 - Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen*. Beuth Verlag Berlin, 2013.
- [29] Völkl. »Erweiterte quasistatische Simulation zur Bestimmung des Einflusses transienten Fahrzeugverhaltens auf die Rundenzeit von Kraftfahrzeugen«. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2013, Seiten 16, 22, 52, 142-143.
- [30] Wallentowitz. *Längsdynamik von Kraftfahrzeugen*. 14. Auflage, ika - Institut für Kraftfahrtwesen Aachen RWTH, 2008, Seiten 272-273.
- [31] Wallentowitz. *Vertikal- / Querdynamik von Kraftfahrzeugen*. 8. Auflage, ika - Institut für Kraftfahrtwesen Aachen RWTH, 2009, Seiten 121, 128-129, 134-136, 141, 149-154, 173.

Abbildungsverzeichnis

1	Berechnungsmethoden für die Rundenzeitsimulation	4
2	GGV-Diagramm nach Milliken und Milliken	5
3	Überführung einer Struktur in Finite Elemente	13
4	Überführung einer McPhearson-Radaufhängung in ein Mehrkörpersystem	14
5	Matlab Desktop Umgebung	16
6	Darstellung eines allgemeinen Simulink-Funktionsblocks	17
7	Benutzeroberfläche von Simulink mit Beispielprogramm	18
8	Beispiel der Simulink Scope Ausgabe	19
9	Eine einfache algebraische Schleife in Simulink	19
10	Reifen mit Latsch und Halbmessern	23
11	Berechnung des dynamischen Reifenradius nach Breuer	23
12	Zusammenhang zwischen Längsschlupf und übertragbarer Kraft in Längs- richtung	25
13	Erläuterung des Schräglaufwinkels	26
14	Zusammenhang zwischen Querschlupf und übertragbarer Kraft in Quer- richtung	27
15	Kombiniert auftretende Reifenkräfte	28
16	TMEasy Modell für die Berechnung kombinierter Reifenkräfte	30
17	Bereiche der stückweisen Funktion zur Berechnung der Gesamtreifenkraft F	33
18	Übergang zu einem Einspurmodell	35
19	Zweispurmodell	35
20	Herleitung des Schräglaufwinkels	36
21	Hierarchie des Simulationsmodell	43
22	Ablaufplan des Gesamtmodells	44
23	Ablaufplan des Zweispurmodells	46
24	Vereinfachte Darstellung der algebraischen Schleife des Simulationsmodells	47
25	Steuerungsmodell	50
26	Variation des Lenkwinkels	52
27	Berechnung des Längsschlupfs der einzelnen Räder	54
28	Reifenkraftverläufe der gewählten Reifenparameter	55
29	Reifenmodell	57
30	Reifenberechnung	58

31	Bestimmung der kombinierten Reifenparameter	60
32	Kombinierte Reifenkräfte	61
33	Bestimmung stabiler Fahrzustände	63
34	Vergleich der Simulationsergebnisse	66
35	Vergrößerter Ausschnitt der Gesamtergebnisse	67
36	Vergleich der Lösungen für die algebraische Schleife	68

Tabellenverzeichnis

1	Bewertung bestehender Softwarepakete	11
2	Anforderungsliste	41
3	Verwendete Reifenparameter nach Rill	56
4	Beispieldaten für die Berechnung stabiler Fahrzustände	63
5	Fahrzeugparameter für die Testsimulationen	65
6	Verwendete Simulationsparameter	65

Glossar

Antiblockiersystem	Fahrassistenzsystem zur Vermeidung des Blockierens einzelner Räder während des Bremsvorgangs
DGL	Differentialgleichung
Elektronisches Stabilitätsprogramm	Fahrassistenzsystem zur Verhinderung des Ausbrechens eines Fahrzeugs
FEM	Finite-Element-Methode - Physikalische Berechnungsmethode mittels Unterteilung in einfache finite Elemente
Formula Student	Studentischer Designwettbewerb bei dem selbstgebaute Rennwagen gegeneinander antreten
G-G-V Diagramm	Querb beschleunigungs - Längsb beschleunigungs - Geschwindigkeits Diagramm, dient als Leistungs-Karte eines Fahrzeugs
Giergeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit um die Hochachse des Fahrzeugs
Längsschlupf	Relativbewegung zwischen Reifen und Fahrbahn in Längsrichtung
MKS	Mehrkörpersimulation - Physikalische Berechnungsmethode mittels Unterteilung in undeformierbare Festkörper
Nicken	Rotation eines Fahrzeugs um die Querachse

Querschlupf	Relativbewegung zwischen Reifen und Fahrbahn in Querrichtung
Reifenlatsch	Kontaktfläche des Reifens mit der Fahrbahn
Schräglaufwinkel	Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und der Längsachse eines Reifens
Schwerpunktrücklage	Senkrechter Abstand der Vorderachse zum Fahrzeugschwerpunkt
Schwerpunktvorlage	Senkrechter Abstand der Hinterachse zum Fahrzeugschwerpunkt
Schwimmwinkel	Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und der Längsachse des Fahrzeugs
SimDriveline	Matlab-Erweiterung, ähnlich SimScape, enthält weiterhin spezielle Funktionsblöcke für Fahrzeugkomponenten
SimScape	Matlab-Erweiterung, welche mit physikalischen Signalen arbeitet
Spurweite	Abstand der Mittelpunkte der Aufstandsflächen der Reifen einer Achse (z.B. Vorderräder)
Sturz	Winkel zwischen der Hochachse eines Reifens und der Senkrechten zur Fahrbahn

Trajektorie

Bahnkurve eines bewegten Körpers

Wanken

Rotation eines Fahrzeugs um die Längsachse

Anhang

A - Matlab-Skript zur Auswertung der Simulationsdaten


```

a=psi_punkt_punkt./abs(psi_punkt_punkt);
a=diff(a);
ind=find(abs(a)>0);
A=[psi_punkt_punkt(ind), psi_punkt_punkt(ind+1), Slipratio(ind), Slipratio(ind+1), Lenkwinkel_vorne(ind), Lenkwinkel_vorne(ind+1), beta(ind), beta(ind+1), psi_punkt(ind), psi_punkt(ind+1), a_x(ind), a_x(ind+1), a_y(ind), a_y(ind+1)];
B=zeros(size(A,1), (size(A,2)-2)/2);
for i=1:size(A,1)
    x=[A(i,1),A(i,2)];
    for e=3:2:size(A,2)
        y=[A(i,e),A(i,e+1)];
        B(i,(e-1)/2)=interp1(x,y, 0);
    end
end
plot(a_y, a_x, '.')
hold on
plot(B(:,6), B(:,5), '*')
k=convhull(B(:,5), B(:,6));
SZ=[B(k,6),B(k,5)]; %Quer und Längsbeschleunigung
plot(SZ(:,1),SZ(:,2), 'LineWidth', 5)
%plot(B(k,6),B(k,5), 'LineWidth', 5)

legend('Alle Fahrzustände', 'Stabile Fahrzustände', 'Maximal mögliche stabile Fahrzustände')
xlabel('Querb beschleunigung a_y [m/s^2]')
ylabel('Längs beschleunigung a_x [m/s^2]')
title('Fahrsituationen für v=10 m/s, beta=[-20°,20°], Lenkwinkel=[-50°,50°]')

```


B - Datenblätter des Formula Student Rennwagen der TU Dortmund aus dem Jahr 2016

FSAE Design Spec Sheet

2016

Competitors: Please read the Instructions-Tips (tab below) prior to the completion and submission of this sheet.

Car No.	272
School	TU Dortmund University

Dimensions	Units	Front		Rear			
Overall Dimensions	mm	Length:	2783	Width:	1364	Height:	990
Wheelbase & Track	mm	Wheelbase:	1600	Front Track:	1200	Rear Track:	1277
Center of Gravity Design Height	mm	CG Height:	318	Confirmed Via:			
Mass without driver	kg	Front:	98	Rear:	115	Total:	230
Weight Distribution with 68kg driver		% Front:	46	% Left:	54		

Suspension Parameters	Units	Front				Rear			
Tire Size, Compound and Make		Hoosier 20.5x6 - 13 R25B/WET				Hoosier 20x7.5 - 13 R25B/WET			
Wheels (width, construction)		6.0x13, 10.8mm Offset, 3 pc Aluminum Rim				8.0x13, 2.6mm Offset, 3 pc Aluminum Rim			
Suspension Type		Double unequal length Wishbone. Push rod actuated nearly horizontally oriented spring and damper				Double unequal length Wishbone. Push rod actuated nearly horizontally oriented spring and damper			
Suspension design travel	mm	Jounce (col D):	32	Rebound (col E):	29	Jounce (col G):	48	Rebound (col H):	36
Wheel rate (chassis to wheel center)	N/mm	13.6				20.4			
Roll rate (chassis to wheel center)	Nm/deg	0.7							
Inertia	kg*m ²	423.80				2.6			
Jounce Damping	% critical	at __ mm/sec:				at __ mm/sec:			
Rebound Damping	% critical	at __ mm/sec:				at __ mm/sec:			
Motion ratio	__ : 1	1.48 Type: progressive				1.56 Type: progressive			
Ride Camber (Rate of Camber Change)	deg/m	-0.166				-0.087			
Roll Camber	deg/deg	0.22				0.443			
Static Toe (- out, + in)	deg	0.2				0.3			
Static camber	deg	-1.7				-1.7			
Static camber adjustment method		1mm shim aluminum-plates on uprights				1mm shim aluminum-plates on uprights			
Anti dive / Anti Squat	%	0/0				0/0			
Roll center height above ground, static	mm	38				55			
Roll center position at 1g lateral acc	mm	Height (col D):	37	Lateral (col E):	14	Height (col G):	53	Lateral (col H):	13
Front Caster, Trail, and Scrub Radius		Caster (deg):	8.5	Kin Trail (mm):	15	Scrub Rad (mm)			
Front Kingpin Axis		Inclination (deg):	8.5	Offset (mm):	3.5				
Static Ackermann	%	100	Adjustable?	no					
Suspension Adjustment Methods		Camber adjustment, Toe							
Steer Ratio, C-Factor, Steer Arm Length		Steer Ratio (x:1)	7.1	c-factor (mm)		Steer Arm Length	325		

Brake System / Hub & Axle	Units	Front				Rear			
Rotors		Stainless steel, 220mm od, 135.8mm id, hub mounted,				Stainless steel, 225mm od, 152mm id, hub mounted,			
Master Cylinder		AP-racing cylinders, 22.2mm bore front and 15.9mm rear,				AP-racing cylinders, 22.2mm bore front and 15.9mm rear,			
Calipers		32mm diameter, 4 piston, fixed mounting				32mm diameter, 2 piston, fixed mounting			
Brake Pad/Lining Material									
Force and Pressures @ 1g Deceleration		Front Pres. (bar):		Rear Pres. (bar):		Pedal Force (kN)			
Upright Assembly		CNC 7075-Al, integral caliper mount				CNC 7075-Al, integral caliper mount			
Hub Bearings		Spindle ball bearing, self-sealed, 85mm outer diameter, 60mm inner diameter				Spiral ball bearing, self-sealed, 105mm outer diameter, 75mm inner diameter			
Axle type, size, and material		Rotating axle, 42CrMo4+QT (1.7225/42CD4/SAE 4140 tempered) 60mm OD x 3mm wall				Rotating axle, 42CrMo4+QT (1.7225/42CD4/SAE 4140 tempered) 60mm OD x 3mm wall			

Ergonomics	Units				
Driver Size Adjustments		Fixed seat and steering wheel. Pedals adjustable			
Seat (materials, padding/damping)		Student build seat out of CRP, 38mm ethafoam head support			
Steering Wheel (dia, construction)		Diamter (mm)		Construction	composite sandwich
Shift Actuator (type, location)		Pneumatically actuated, operated by two paddles on steering wheel			
Clutch Actuator (type, location)		Bowden wire, motorbike lever on the left in cockpit			
Instrumentation		16 LED rev light, status LED for oil/water pressure/temperature, battery			
Optional: Driver Safety Systems?		N/A			

Electrical	Units	
Power Management / Control		
Wiring / Loom / ECM mounting		
Battery / Charging System		LiFePo4
Grounding		
Driver Assist Systems		N/A
Logging / Telemetry		3-axis acceleration sensor, live-telemetry, bidirectional streaming via Zigbee
Special Sensing Technology		

Frame	Units			
Frame Construction		Tubular space frame		
Material		S235 12mm to 30mm diameter		
Joining method and material		TIG welding, filler material: ER 70S-6		
Bare frame mass with brackets & paint	kg	Target: 28	Physical Test: 28	
Torsional stiffness	N-m/deg	Target: 5900	Simulated: 5900	Physical Test: N/A
Torsional stiffness validation method		FEA		
Impact Attenuator configuration				
Impact Attenuator dimensions	mm	Width:	Height:	Depth:
Impact Attenuator energy capacity	kJ	Energy:	Method:	

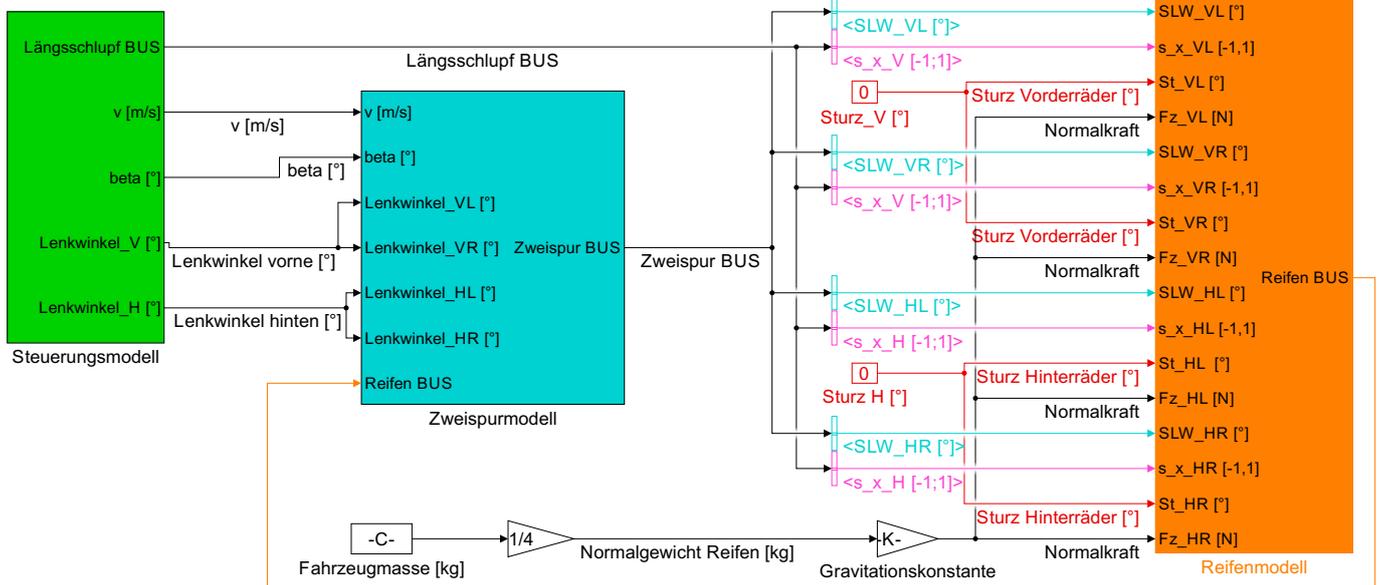
Powertrain	Units			
Manufacturer / Model		Yamaha RJ05 4 cyl.		
Cylinders & Fuel		Cylinders: 4	Fuel Type: 95 Octane	
Displacement & Compression		Displacement (cc): 599.8	Compression (_:1): 12.40	
Bore & Stroke	mm	Bore: 65.5	Stroke: 44.5	
Engine Output		Peak Power (kW)	Peak Torque (Nm)	
Design Speeds	rpm	Max Power:	Max Torque:	80% Torque:
Induction (natural or forced, intercooled)				
Throttle Body / Mechanism		35mm Rotary Valve		
Fuel Injection System (manf' r, and type)		Student des/built, fuel injection, sequential, 1 injector per cylinder, DTA ECU		
Fuel System Sensors (for fuel mapping)		Throttle Pos, Cam Pos, Crank Rev, Air Temp, Water Temp		
Fuel Pressure	bar	2.5 - 3.5 adjustable		
Injector location		112mm before intake valve and directed towards intake axis (25°)		
Intake Plenum		Volume (cc): 4300	Runner length (mm): 209	
Exhaust Header Configuration		Effective Runner Length (mm):	Variation (mm):	
Exhaust Header Diameters		Primary (mm):	Collector (mm):	
Ignition System		OEM Yamaha quad coils, DTAfast ECU, sequential spark		
Ignition Timing		3-D map, RPM and throttle position		
Oiling System (wet/dry sump, mods)		Original Yamaha wet sump		
Engine Lubricants / Friction Treatment				
Coolant System and Radiator location		Student developed radiator, mounted under sidepod, ducted intake and outlet		
Fuel Tank Location, Type		Mounted between firewall and engine, steel tank, flaps inside	Capacity (L):	
Muffler		Off the shelf absorption muffler		
Other significant engine modifications		Reduced engine height by 90mm, installed reground stock camshafts		

Drivetrain	Units			
Drive Type		520 roller chain, 52 links		
Differential System		Drexler limited slip multiplate/clutch pack differential, 35Nm preload		
Final Drive Ratio	_:1	Apr 18		
Vehicle Speed @ max power (design) rpm	kph	1st gear: 50	2nd gear: 74	3rd gear: 92
Vehicle Speed @ max power (design) rpm	kph	4th gear: 108	5th gear: N/A	6th gear: N/A
Half shaft size and material		Self designed half shafts, 19mm OD, 9mm ID		
Axle Joint type and grease used		TaylorRaceEngineering mini Tripod, inner and outer side GREASE		

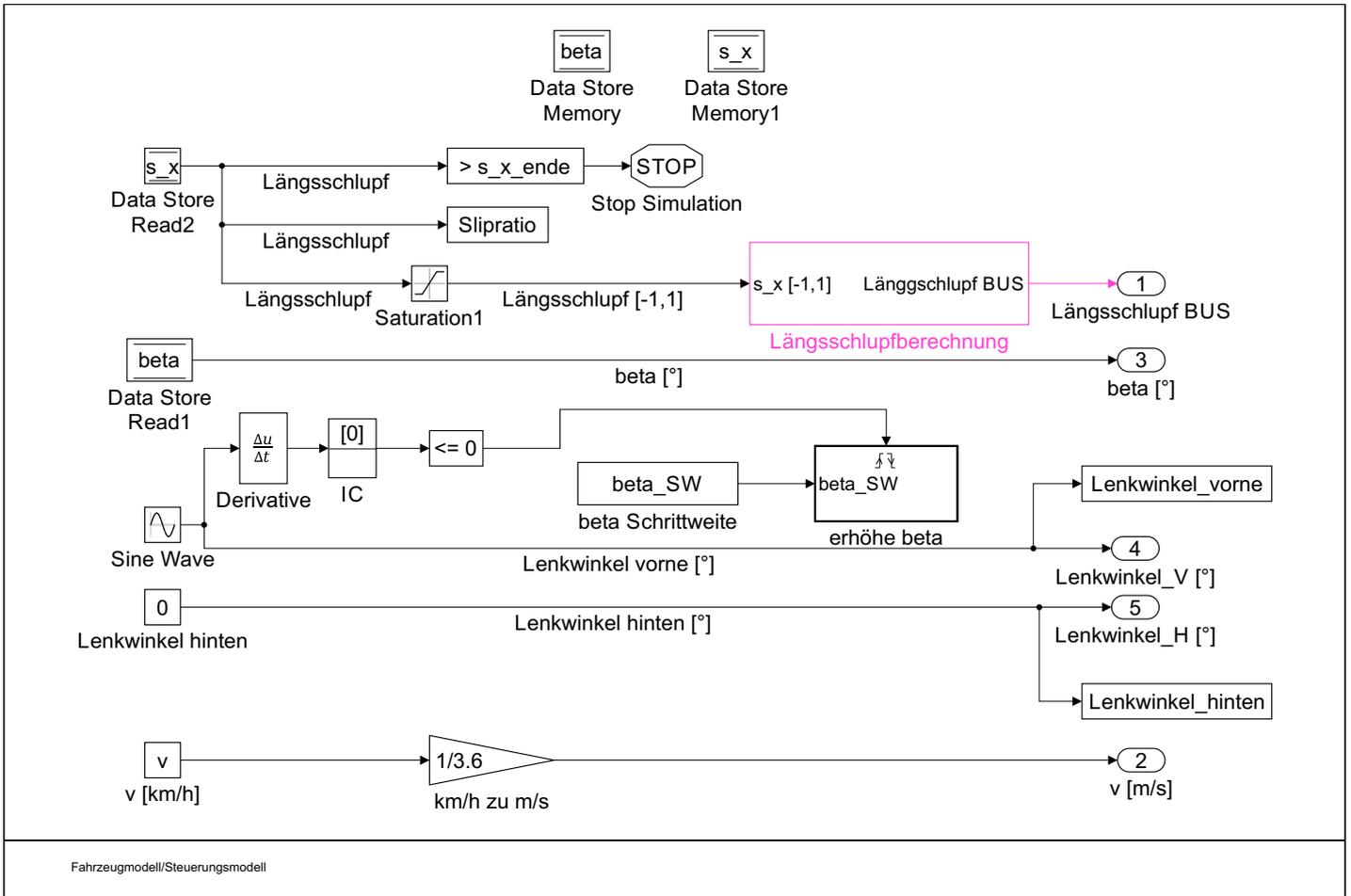
Aerodynamics (if applicable)	Units			
Type / Configuration		N/A		
Forces (at 80 kph, $\rho = 1.162 \text{ kg/m}^3$)		Downforce (N): N/A	% Front: N/A	Drag (N): N/A
Coefficients & Reference Area		Cl: N/A	Ref. Area (m^2): N/A	Cd: N/A
Noteable Features (active, etc)		N/A		

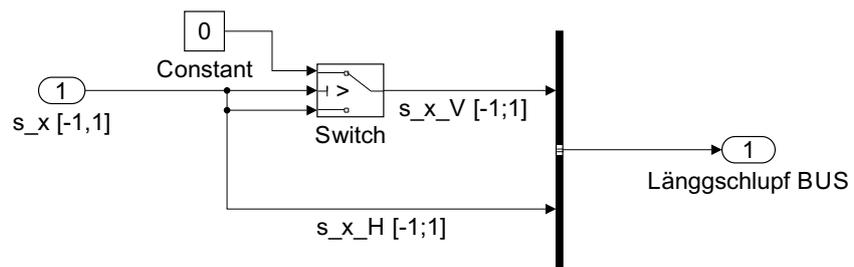
Other Information	Units	
Body Work (material, process)		Vulcanized Fiber
Optional Information		

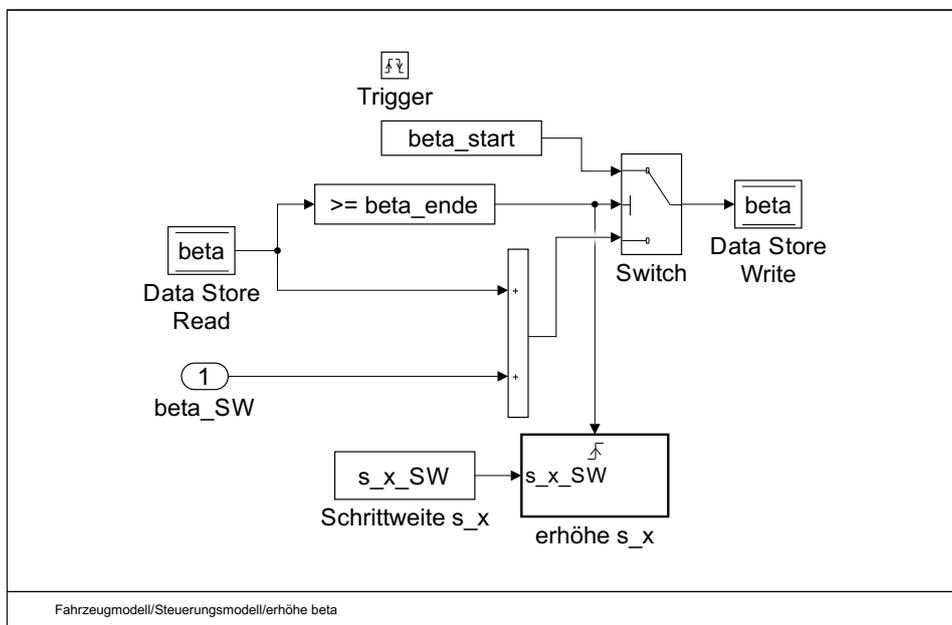
C - Simulink Modell: Gesamtmodell

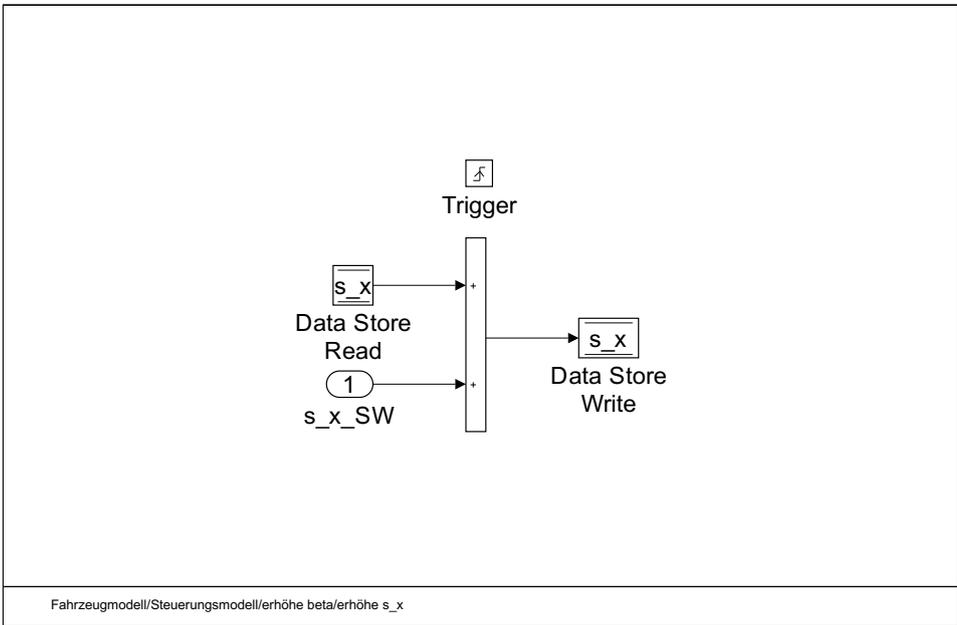


D - Simulink Modell: Steuerungsmodul

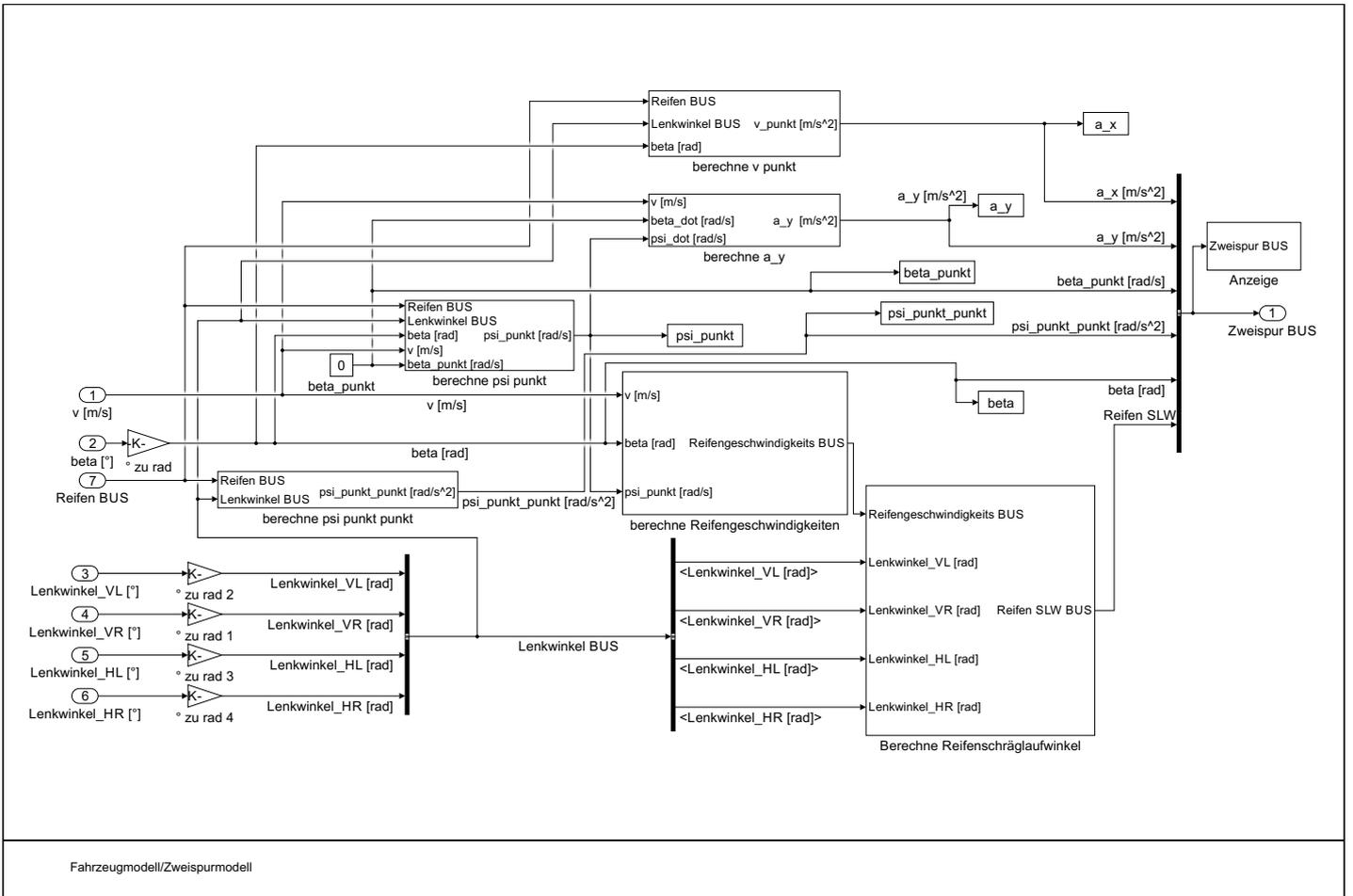


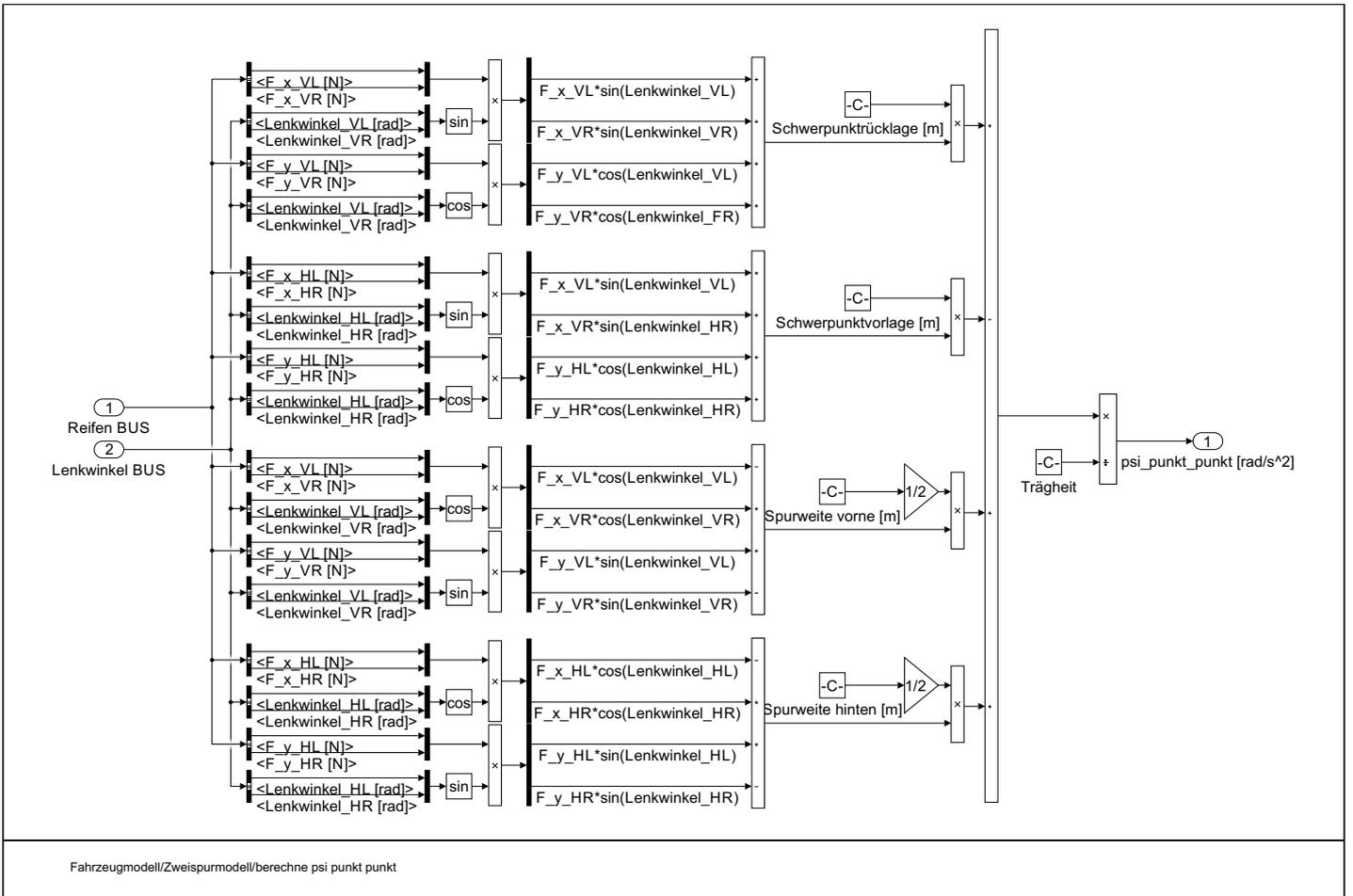




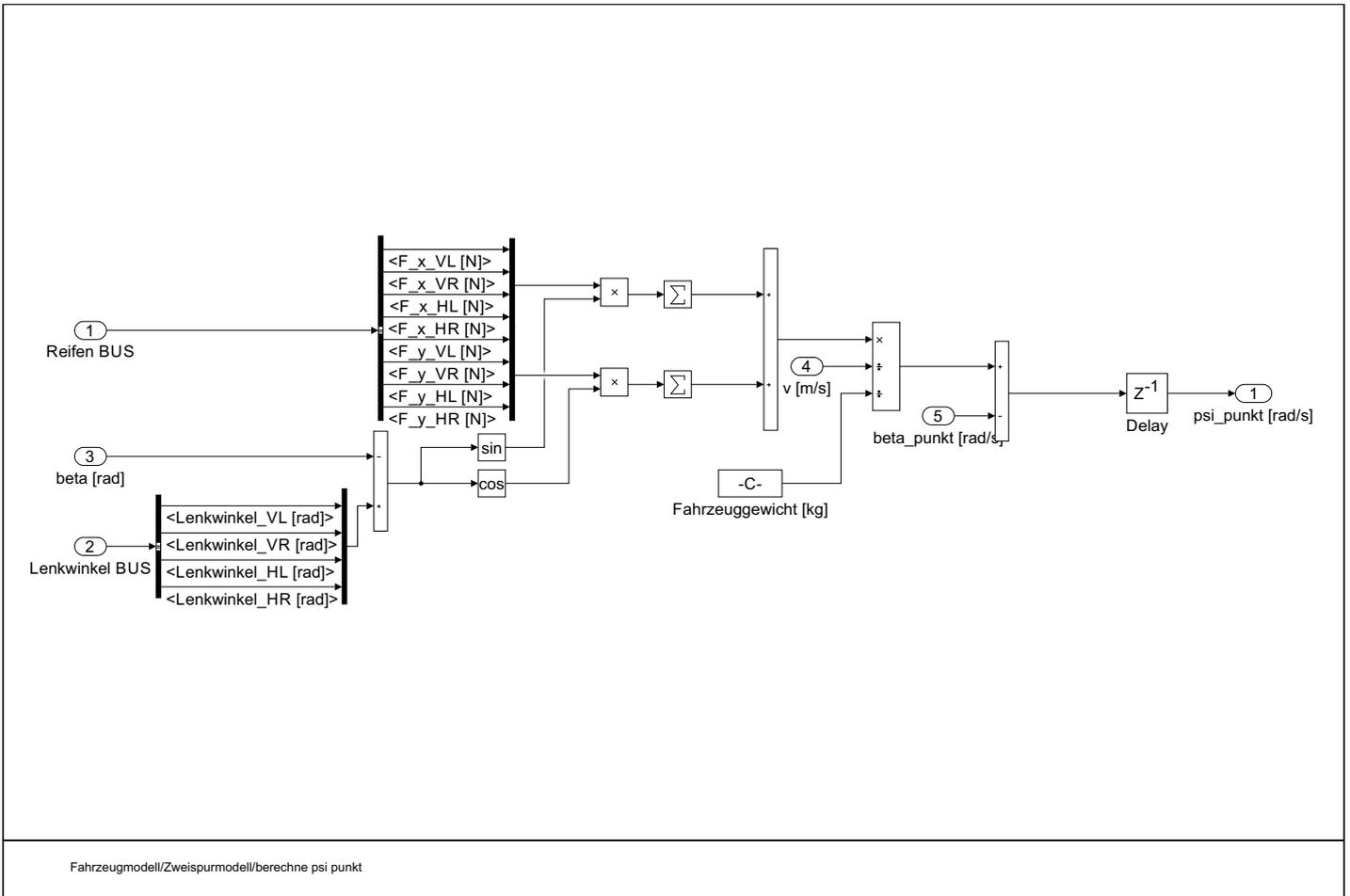


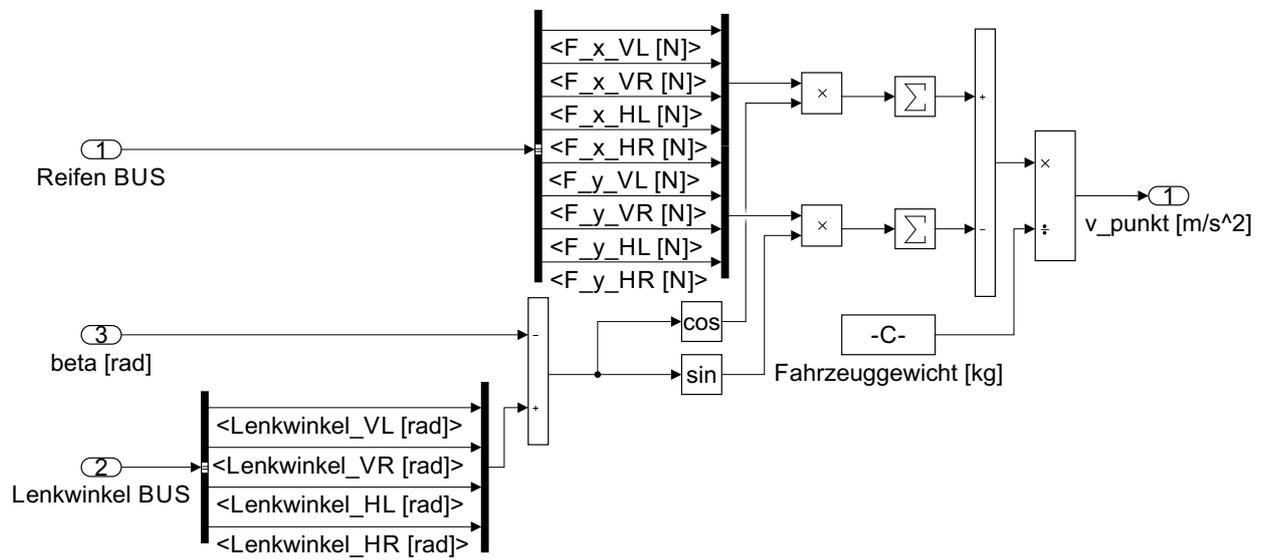
E - Simulink Modell: Zweispurmodul

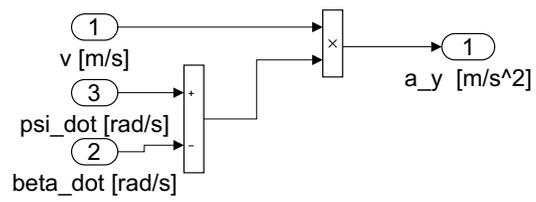


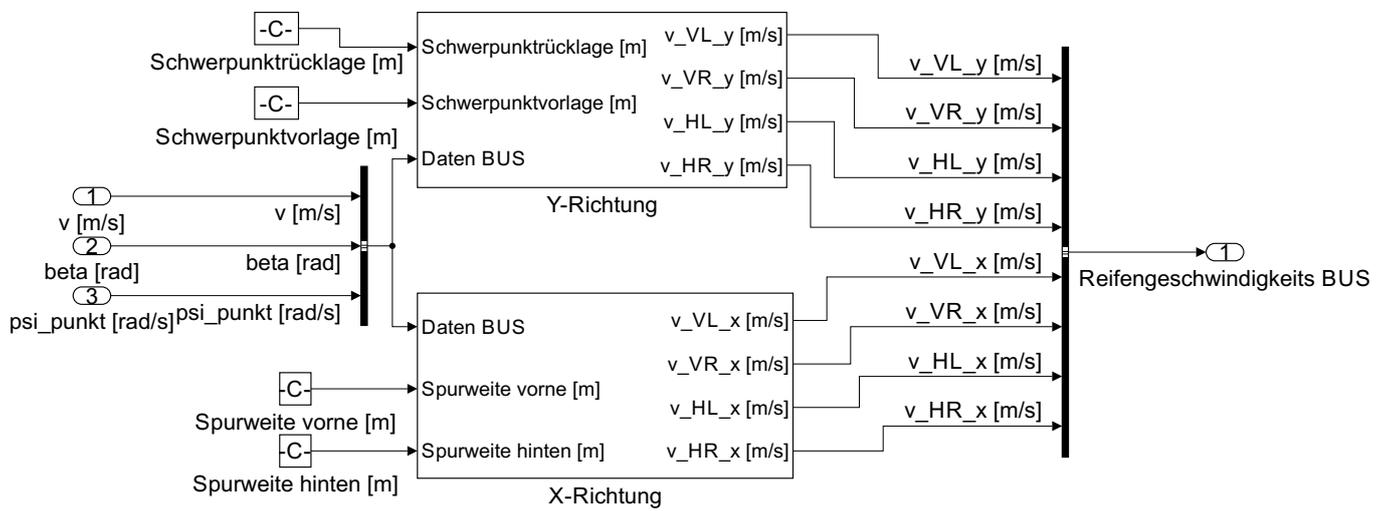


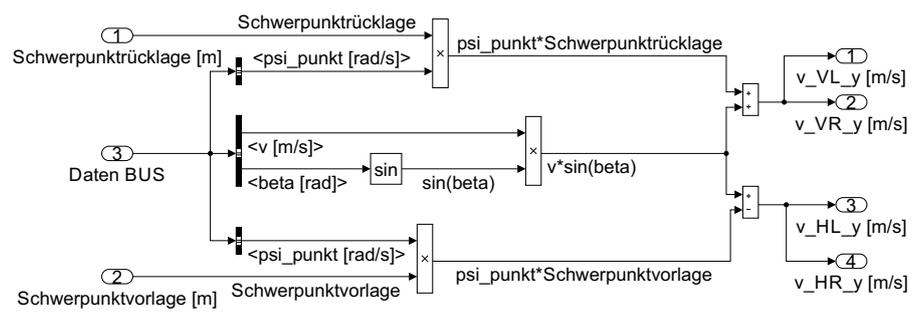
Fahrzeugmodell/Zweispurmodell/berechne psi punkt punkt



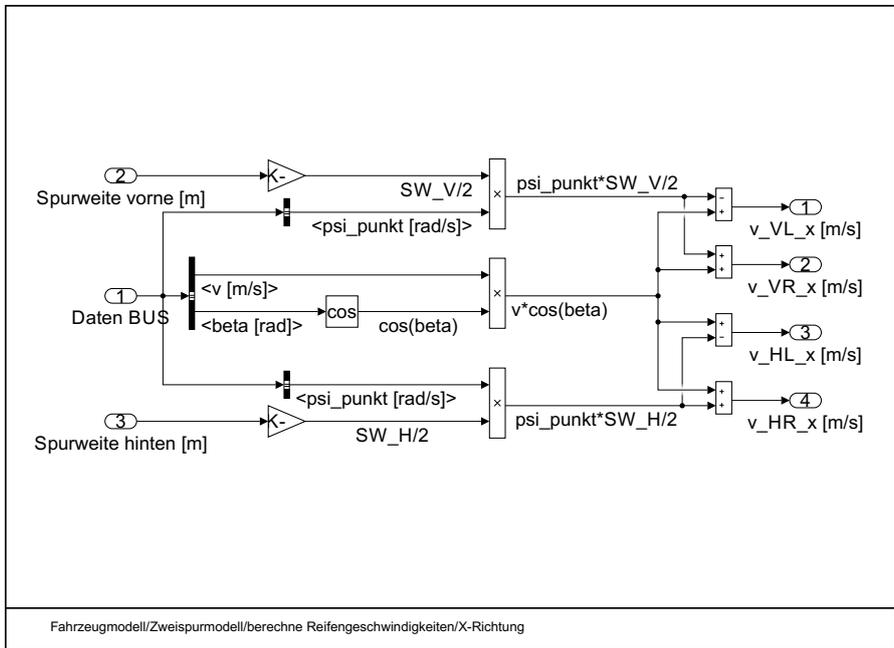


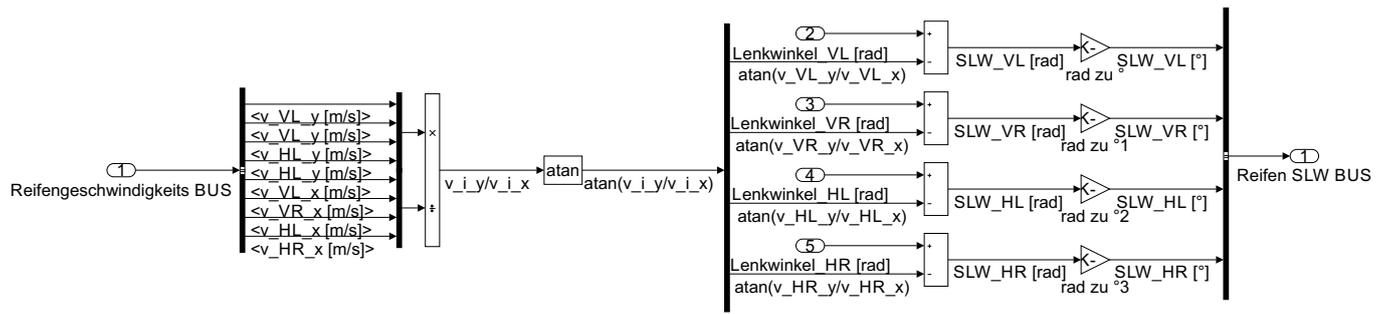


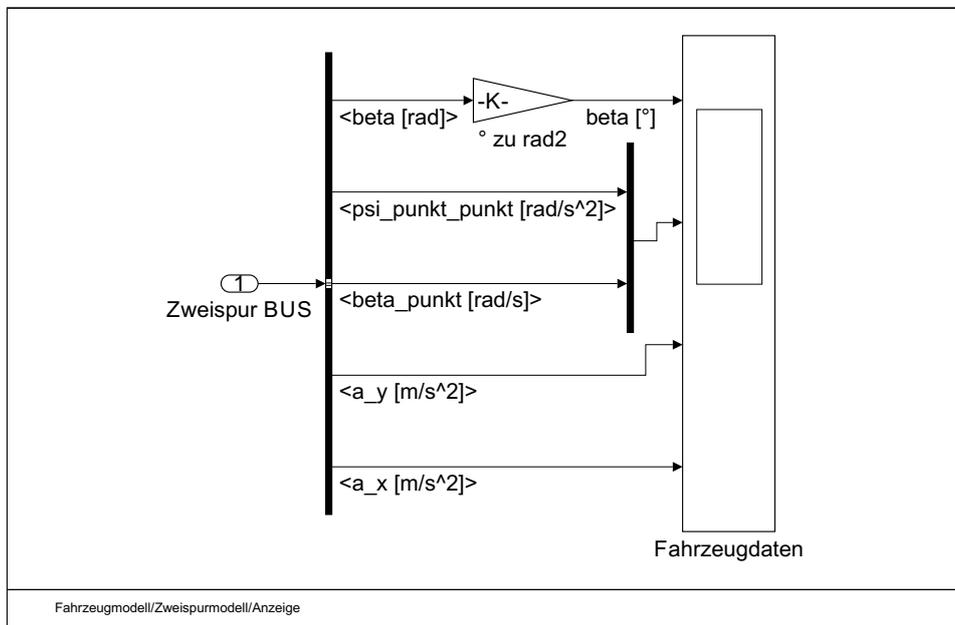




Fahrzeugmodell/Zweispurmodell/berechne Reifengeschwindigkeiten/Y-Richtung

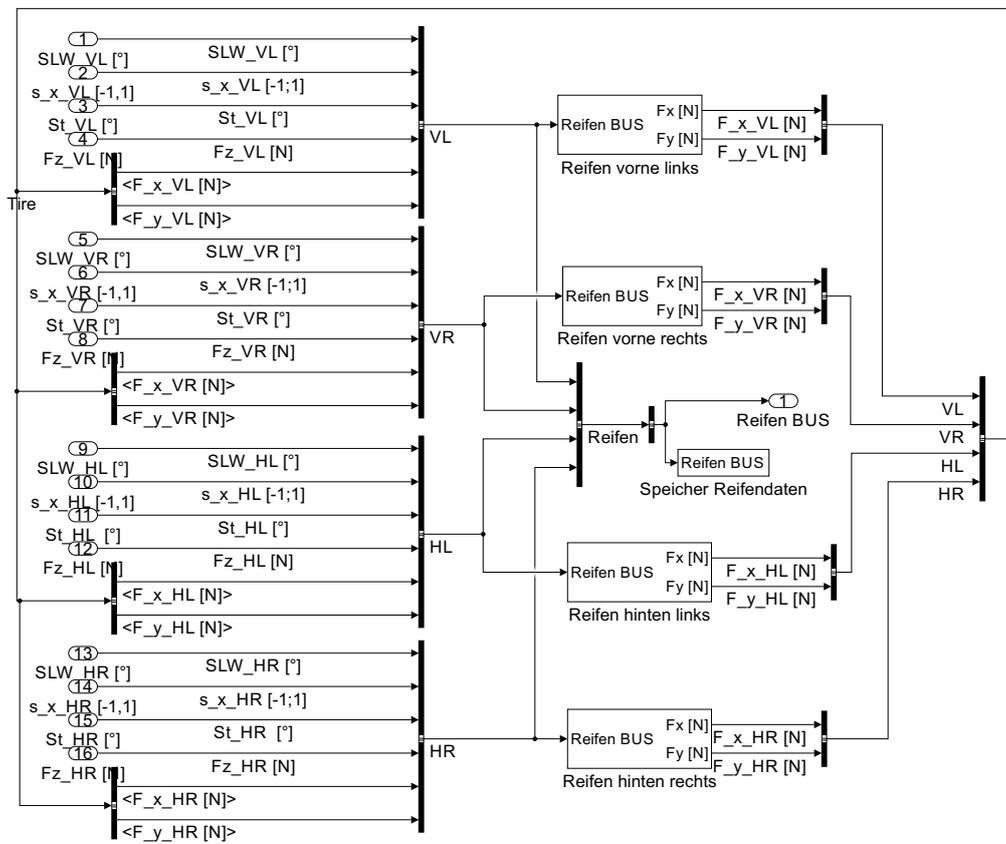


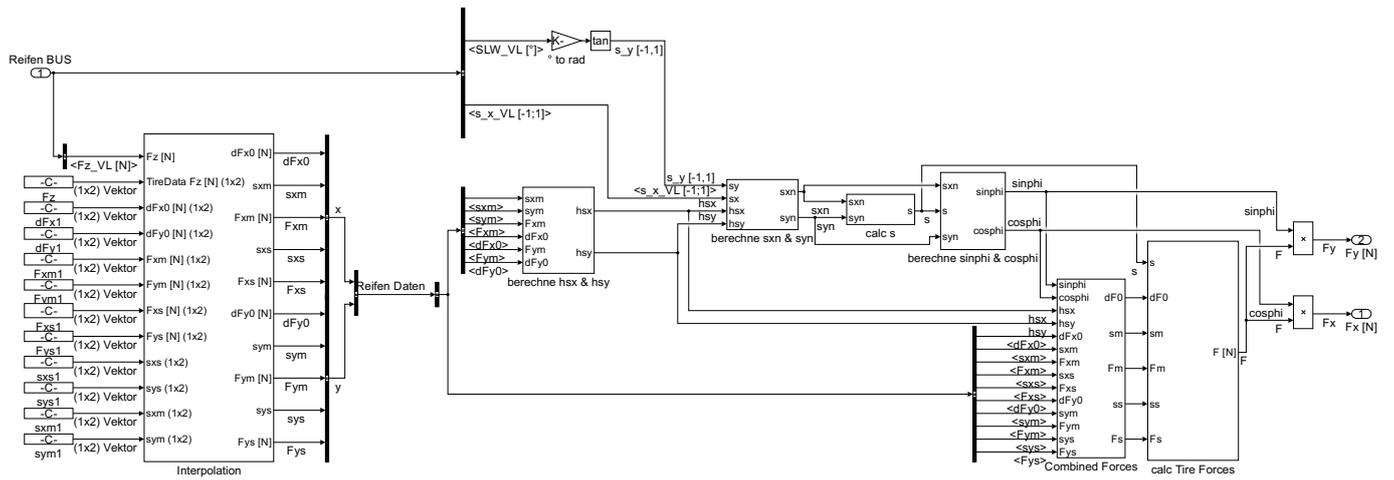


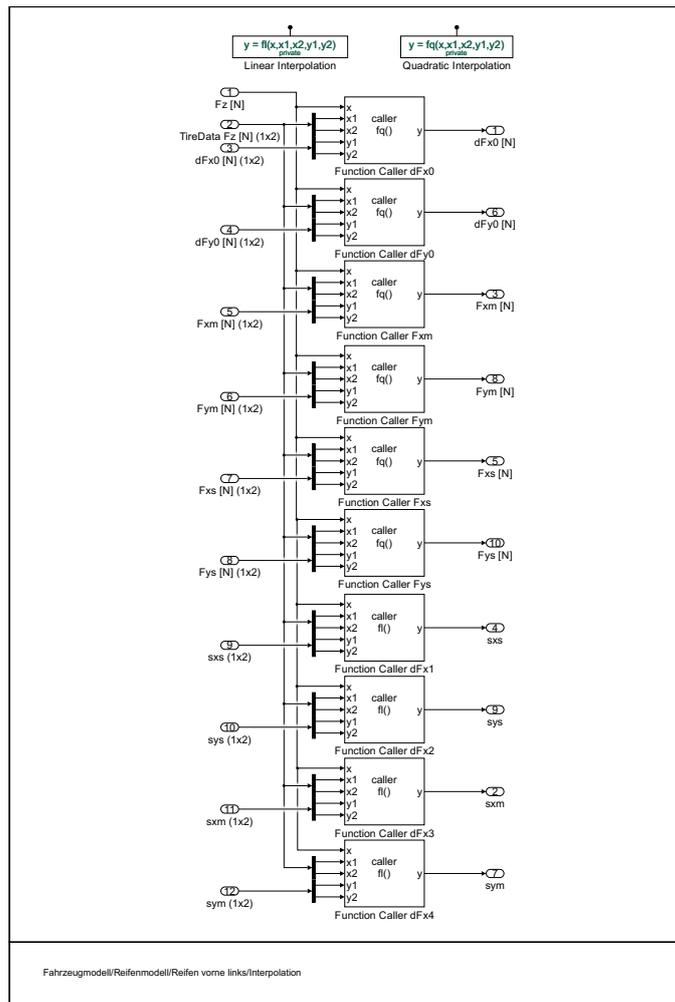


F - Simulink Modell: Reifenmodul

Bei der Berechnung der Reifenkräfte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nur das Berechnungsverfahren für den vorderen linken Reifen abgebildet. Die Vorgehensweise für die anderen Reifen ist vollständig analog und kann auf der beiliegenden CD im Simulationsmodell eingesehen werden.

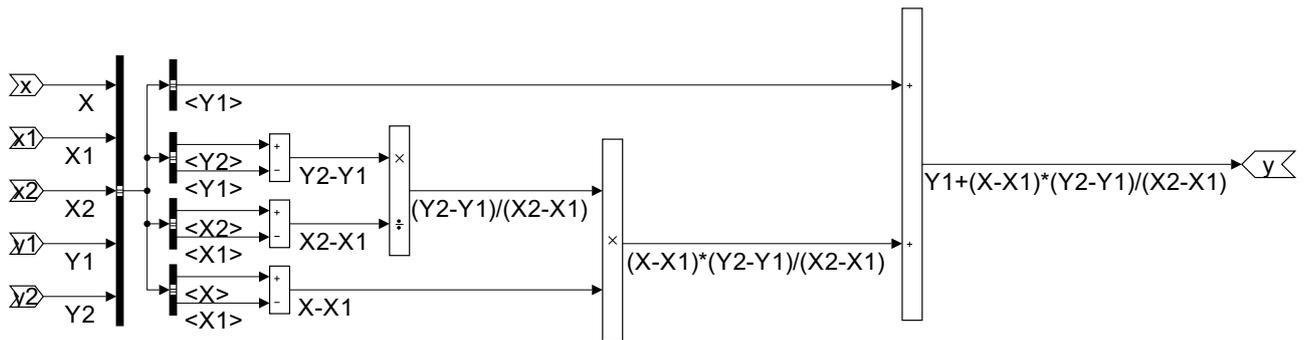






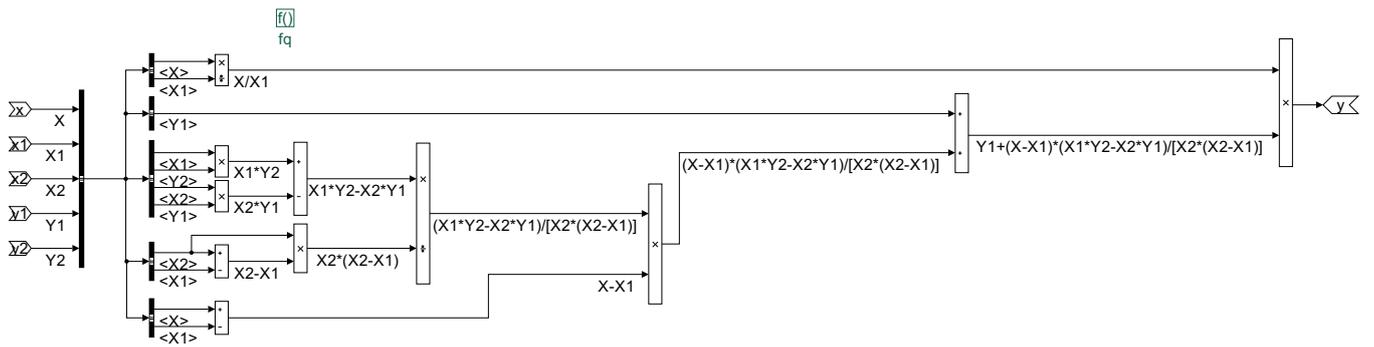
f()

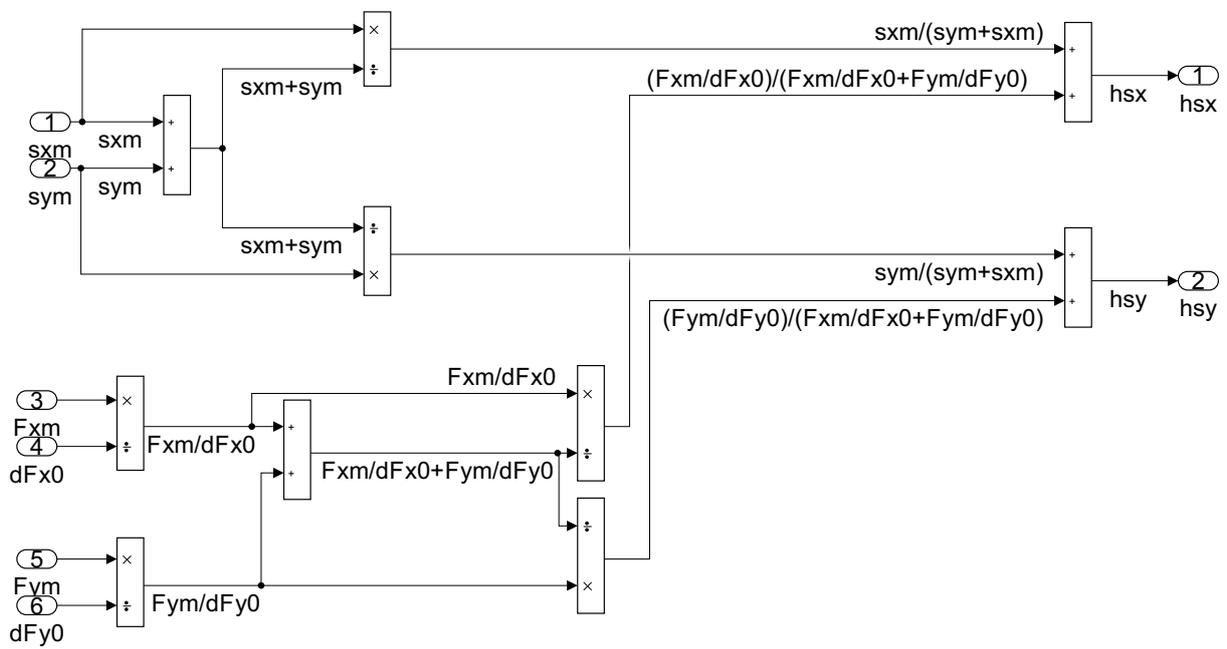
f1

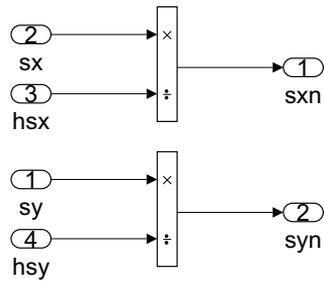


Funktion für quadratische Inter-/Extrapolation

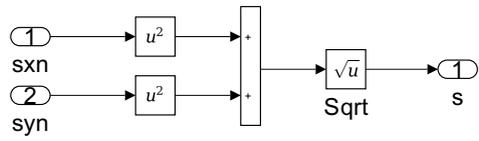
$$Y(X) = \frac{X}{X_1} \cdot \{Y_1 + (X - X_1) \cdot \frac{X_1 Y_2 - X_2 Y_1}{(X_2 - X_1) \cdot X_2}\}$$

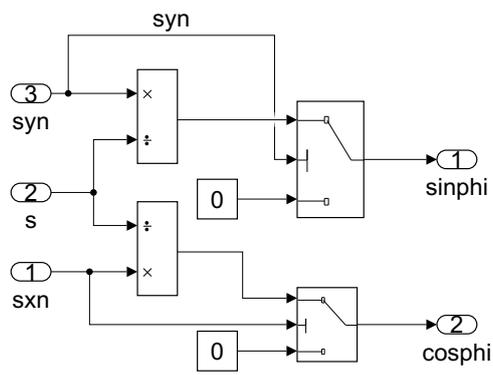




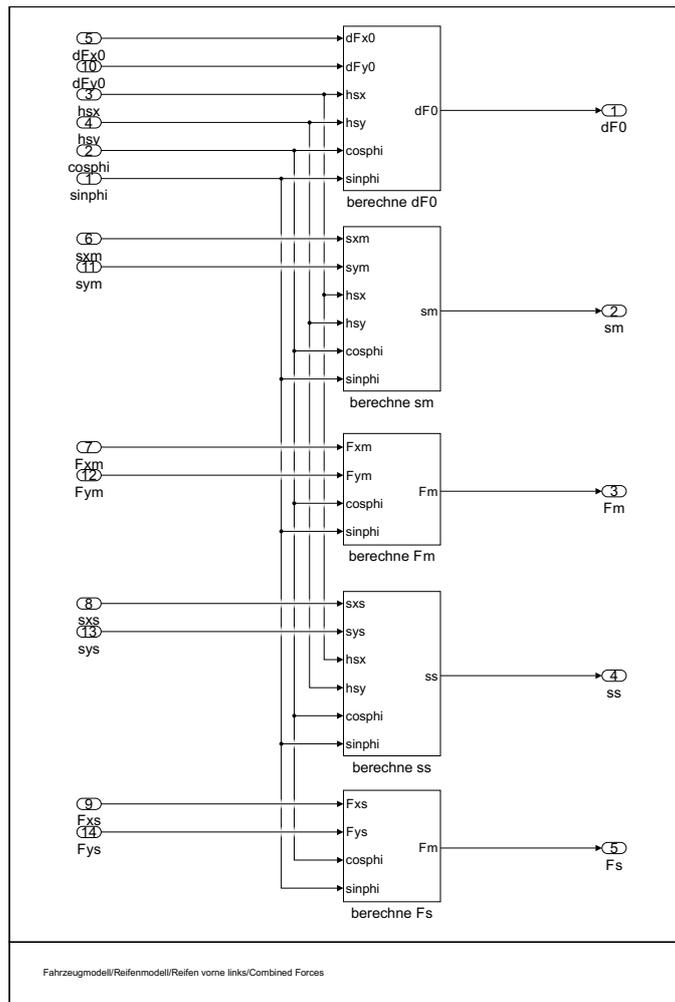


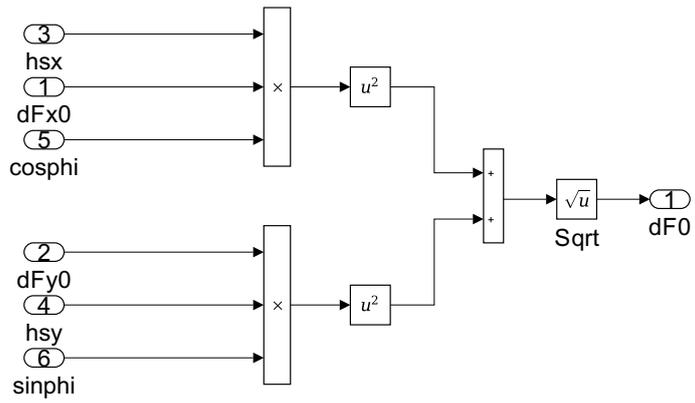
Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/berechne sxn & syn

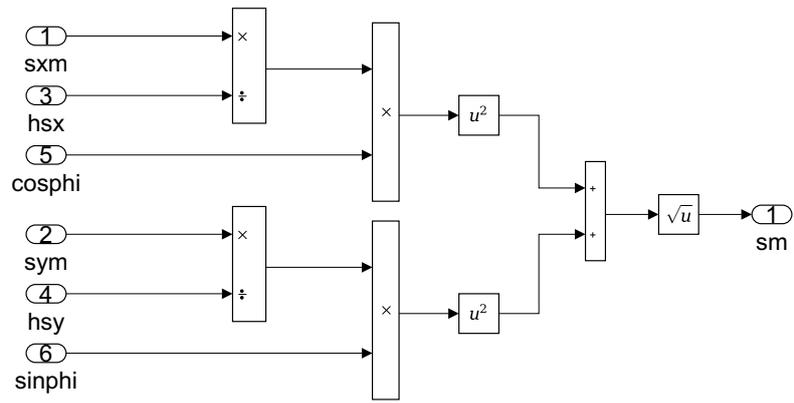


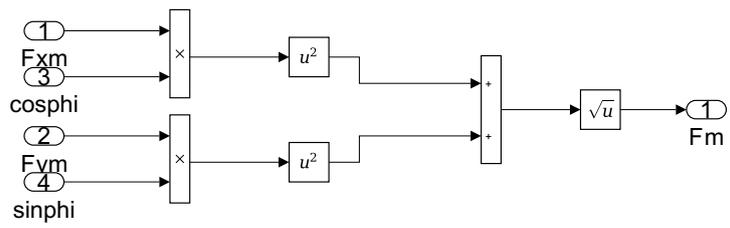


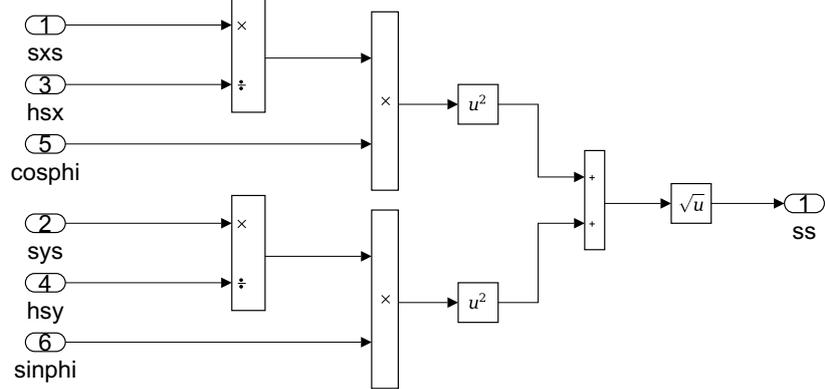
Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/berechne sinphi & cosphi



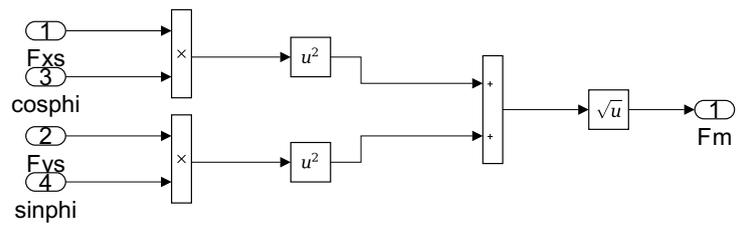


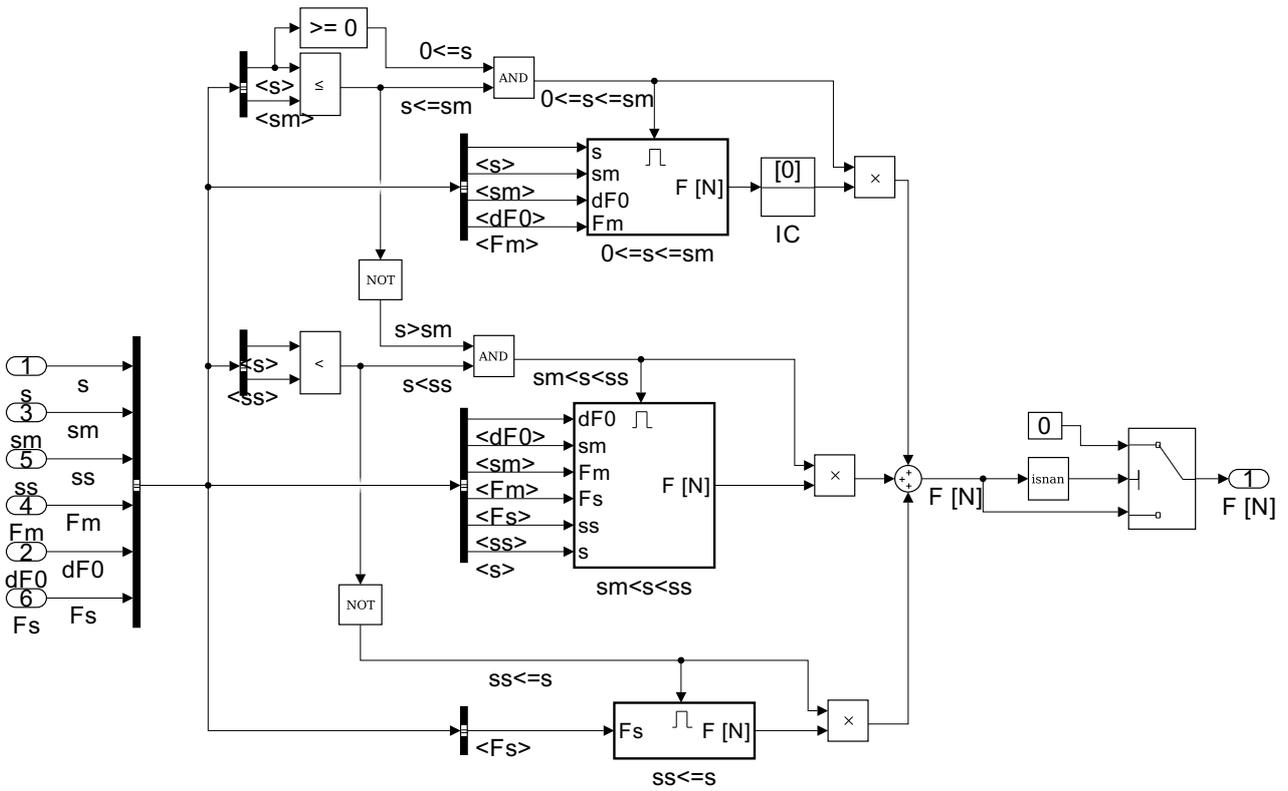


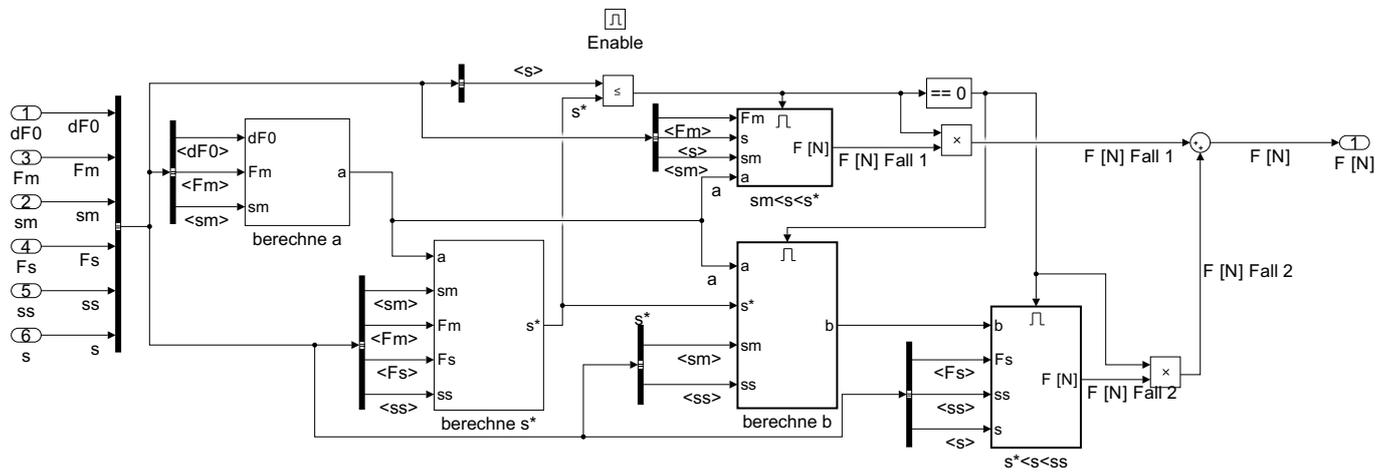


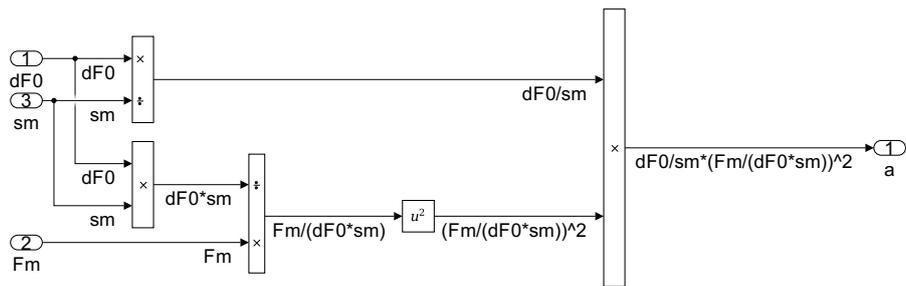


Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/Combined Forces/berechne ss

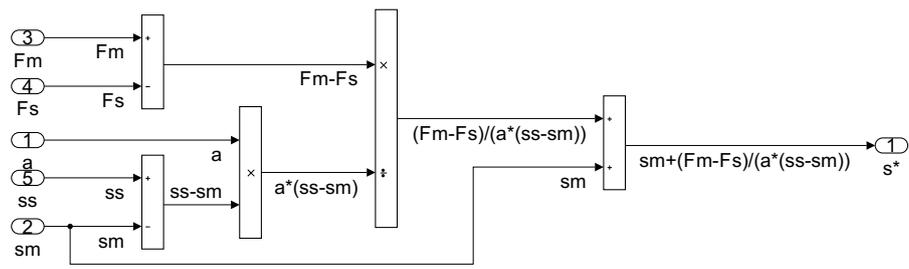






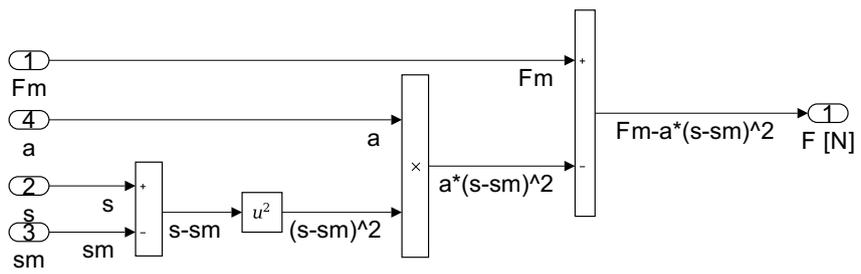


Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/sm<ss/berechne a



Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/sm<s<ss/berechne s*

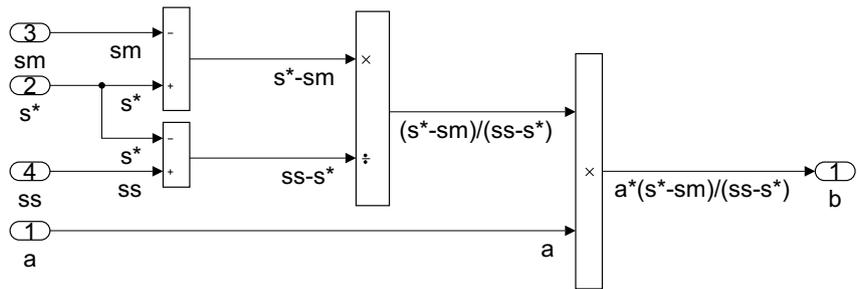
Enable



Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/sm<s/ss/sm<s<s*

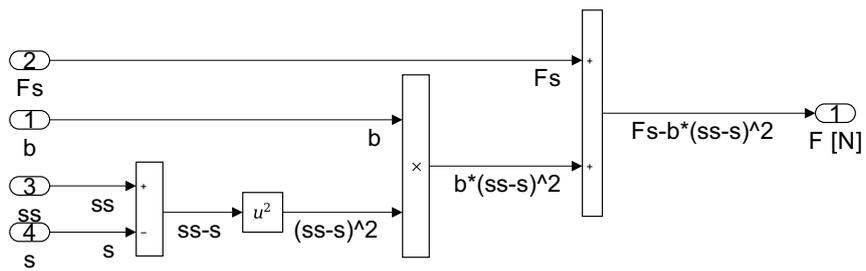


Enable

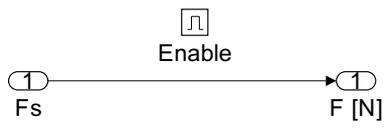


Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/sm<ss/berechne b

Enable



Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/sm<s<ss/s*<ss<ss



Fahrzeugmodell/Reifenmodell/Reifen vorne links/calc Tire Forces/ss<=s